

12. Наибольшее и наименьшее значение функций

Часть 1. ФИПИ (www.fipi.ru) + Другие источники (*)

I) Исследование степенных и иррациональных функций

Задание 1. Найдите точку максимума функции ...

1) $y = x^3 - 12x^2 + 36x - 30$

3) $y = x^3 + 12x^2 + 36x + 20$;

2) $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$;

4) $y = x^3 + 4x^2 + 4x + 17$.

Задание 2. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = 3x^5 - 5x^3 + 1$ на отрезке $[-7; 0]$;

7) $y = 12x^2 - x^3 + 3$ на отрезке $[-5; 6]$;

2) $y = x^5 + 20x^3 - 65x$ на отрезке $[-4; 0]$;

8) $y = 18x^2 - x^3 + 19$ на отрезке $[-7; 10]$;

3) $y = -7 + 243x - x^3$ на отрезке $[-9; 9]$;

9) $y = 11 + 48x - x^3$ на отрезке $[-4; 4]$;

4) $y = -7 + 75x - x^3$ на отрезке $[-5; 5]$;

10) $y = 19 + 192x - x^3$ на отрезке $[-8; 8]$;

5) $y = x^3 + 2x^2 + x - 7$ на отрезке $[-3; -0,5]$;

11) $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 21$ на отрезке $[-3; 0]$;

6) $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ на отрезке $[0; 3]$;

12) $y = x^3 - x^2 - 8x + 4$ на отрезке $[1; 7]$.

Задание 3. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = 5 + 6x - x\sqrt{x}$ на отрезке $[14; 23]$;

2) $y = 6 + 12x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[2; 11]$.

Задание 4. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = x\sqrt{x} - 6x + 1$ на отрезке $[2; 25]$;

2) $y = x\sqrt{x} - 9x + 23$ на отрезке $[1; 49]$.

II) Исследование произведений

Задание 5. Найдите точку максимума функции ...

1) $y = (x - 4)^2(x + 5) + 8$;

5) $y = (x + 5)^2 \cdot e^{2-x}$;

2) $y = (x - 6)^2(x - 3) + 5$;

6) $y = (x + 8)^2 \cdot e^{3-x}$;

3) $y = (x + 8)^2(x + 7) - 10$;

7) $y = (x - 11)^2 \cdot e^{x-7}$;

4) $y = (x + 8)^2(x - 9) - 7$;

8) $y = (x - 7)^2 \cdot e^{x-8}$.

Задание 6. Найдите точку минимума функции ...

1) $y = (x - 1)^2(x + 4) + 10$;

5) $y = (x^2 - 11x + 11) \cdot e^{x+13}$;

2) $y = (x + 7)^2(x + 1) - 6$;

6) $y = (x^2 - 9x + 9) \cdot e^{x+27}$;

3) $y = (x - 10)^2(x - 4) + 2$ *;

7) $y = (x^2 - 6x + 6) \cdot e^{x-9}$ *;

4) $y = (x + 13)^2(x - 2) - 9$ *;

8) $y = (x^2 - 10x + 10) \cdot e^{x-21}$ *.

Задание 7. Найдите наибольшее значение функции ...

- 1) $y = (x+10)^2(x+9)+1$ на отрезке $[-12; -9,5]$; 3) $y = (x-1)^2(x+10)-7$ на отрезке $[-1; 6]^*$;
 2) $y = (x+5)^2(x-3)+6$ на отрезке $[-7; 0]$; 4) $y = (x-8)^2(x-9)-10$ на отрезке $[2; 8,5]$.

Задание 8. Найдите наименьшее значение функции ...

- 1) $y = (x+3)^2(x+7)+10$ на отрезке $[-5; 6]$; 3) $y = (x-5)^2(x-3)+10$ на отрезке $[4; 8]^*$;
 2) $y = (x+5)^2(x-6)-8$ на отрезке $[-5,5; 1]^*$; 4) $y = (x-9)^2(x+4)-4$ на отрезке $[7; 16]$.

III) Исследование частных

Задание 9. Найдите точку максимума функции ...

- 1) $y = -\frac{x^2+1}{x}$; 3) $y = -\frac{x^2+25}{x}$; 5) $y = -\frac{x^2+36}{x}$;
 2) $y = -\frac{x}{x^2+169}$; 4) $y = -\frac{x}{x^2+225}$; 6) $y = -\frac{x}{x^2+441}$.

Задание 10. Найдите точку минимума функции ...

- 1) $y = -\frac{x^2+196}{x}$; 3) $y = -\frac{x^2+16}{x}$; 5) $y = -\frac{x^2+361}{x}$;
 2) $y = -\frac{x}{x^2+289}$; 4) $y = -\frac{x}{x^2+256}$; 6) $y = -\frac{x}{x^2+324}$.

Задание 11. Найдите наибольшее значение функции ...

- 1) $y = \frac{x^2+25}{x}$ на отрезке $[-12; -1]$; 2) $y = \frac{x^2+121}{x}$ на отрезке $[-20; -1]$; 3) $y = \frac{x^2+9}{x}$ на отрезке $[-11; -1]$.

Задание 12. Найдите наименьшее значение функции ...

- 1) $y = \frac{x^2+36}{x}$ на отрезке $[1; 17]$; 2) $y = \frac{x^2+484}{x}$ на отрезке $[2; 33]$; 3) $y = \frac{x^2+81}{x}$ на отрезке $[4; 20]$.

IV) Исследование логарифмических и показательных функций

Задание 13. Найдите точку максимума функции ...

- 1) $y = 0,5x^2 - 11x + 28\ln x + 9$; 5) $y = \ln(x+11) - 4x + 5$;
 2) $y = 0,5x^2 - 18x + 80\ln x - 5$; 6) $y = \ln(x-13) - 2x + 7$;
 3) $y = 0,5x^2 - 21x + 110\ln x + 43$; 7) $y = \ln(x+7) - 10x + 11$;
 4) $y = 0,5x^2 - 8x + 15\ln x - 8$; 8) $y = \ln(x-9) - 2x + 12$.

Задание 14. Найдите точку максимума функции ...

1) $y = \ln(x+3)^7 - 7x - 9$;

2) $y = \ln(x-4)^6 - 6x + 13$ *.

Задание 15. Найдите точку минимума функции ...

1) $y = -\ln(x-2)^9 + 9x - 8$;

2) $y = -\ln(x+4)^8 + 8x + 7$ *.

Задание 16. Найдите точку минимума функции ...

1) $y = 1,5x^2 - 27x + 42 \cdot \ln x - 10$;

3) $y = 1,5x^2 - 36x + 81 \cdot \ln x - 8$;

2) $y = 1,5x^2 - 30x + 48 \cdot \ln x + 4$;

4) $y = 0,5x^2 - 28x + 96 \cdot \ln x + 31$.

Задание 17. Найдите точку минимума функции ...

1) $y = 2x - \ln(x+7) + 9$;

2) $y = 4x - \ln(x+5) + 2$.

Задание 18. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = 10\ln(x+9) - 10x - 7$ на отрезке $[-8,5; 0]$;

3) $y = 5\ln(x+9) - 5x - 8$ на отрезке $[-8,5; 0]$;

2) $y = 12\ln(x+3) - 12x + 8$ на отрезке $[-2,5; 0]$;

4) $y = 7\ln(x+6) - 7x + 5$ на отрезке $[-5,5; 0]$.

Задание 19. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = \ln(x+4)^5 - 5x$ на отрезке $[-3,5; 0]$;

2) $y = \ln(x+6)^3 - 3x$ на отрезке $[-5,5; 0]$;

Задание 20. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = 5x - \ln(x+8)^5$ на отрезке $[-7,5; 0]$;

2) $y = 9x - \ln(x+4)^9$ на отрезке $[-3,5; 0]$;

Задание 21. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = e^{2x} - 2e^x + 8$ на отрезке $[-2; 1]$;

3) $y = e^{2x} - 8e^x + 9$ на отрезке $[0; 2]$;

2) $y = e^{2x} - 4e^x - 5$ на отрезке $[-1; 2]$;

4) $y = e^{2x} - 5e^x - 2$ на отрезке $[-2; 2]$.

V) Исследование тригонометрических функций

Задание 22. Найдите точку максимума функции ...

1) $y = (2x-1) \cdot \cos x - 2\sin x + 5$, принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$;

2) $y = (4x-6) \cdot \cos x - 4\sin x + 9$, принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$;

3) $y = (1-2x) \cdot \cos x + 2\sin x + 7$, принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$;

4) $y = (6-4x) \cdot \cos x + 4\sin x + 12$, принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Задание 23. Найдите наибольшее значение функции ...

- 1) $y = 43x - 40\sin x + 34$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$; 5) $y = 10\sin x - \frac{36x}{\pi} + 7$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$;
 2) $y = 59x - 56\sin x + 42$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$; 6) $y = 10\sin x - \frac{42x}{\pi} - 12$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$;
 3) $y = 85x - 83\sin x + 55$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$; 7) $y = 2\cos x - \frac{12}{\pi}x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$;
 4) $y = 33x - 30\sin x + 29$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$; 8) $y = 4\cos x - \frac{24}{\pi}x - 7$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]^*$.

Задание 24. Найдите наибольшее значение функции ...

- 1) $y = 20x - 20\operatorname{tg}x - 36$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$; 3) $y = 31x - 31\operatorname{tg}x + 13$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$;
 2) $y = 25x - 25\operatorname{tg}x + 41$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$; 4) $y = 32x - 32\operatorname{tg}x - 14$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Задание 25. Найдите наибольшее значение функции ...

- 1) $y = 20\operatorname{tg}x - 20x + 5\pi - 6$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$; 3) $y = -\operatorname{tg}x + 2x - 0,5\pi + 10$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]^*$;
 2) $y = 36\operatorname{tg}x - 36x + 9\pi - 11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]^*$; 4) $y = -3\operatorname{tg}x + 6x - 1,5\pi + 12$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Задание 26. Найдите наименьшее значение функции ...

- 1) $y = 18x - 10\sin x + 15$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$; 3) $y = 6\sin x - 9x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]^*$.
 2) $y = 8x - 2\sin x + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]^*$; 4) $y = 32\sin x - 35x + 30$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Задание 27. Найдите наименьшее значение функции ...

- 1) $y = 4\cos x + 13x + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$; 5) $y = 10\cos x + \frac{36x}{\pi} - 6$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$;
 2) $y = 13\cos x + 17x + 21$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$; 6) $y = 12\cos x + \frac{45x}{\pi} - 4$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$;
 3) $y = 56\cos x + 59x - 42$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]^*$; 7) $y = 4\cos x + \frac{21}{\pi}x + 6$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$;
 4) $y = 69\cos x + 71x - 48$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]^*$; 8) $y = 8\cos x + \frac{30}{\pi}x + 19$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

Задание 28. Найдите наименьшее значение функции ...

- 1) $y = 3x - 3\operatorname{tg}x + 9$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$; 3) $y = 38x - 38\operatorname{tg}x + 20$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$;
 2) $y = 7x - 7\operatorname{tg}x - 13$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]^*$; 4) $y = 43x - 43\operatorname{tg}x - 35$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.