

12. Расчеты по формулам

Часть 1. ФИПИ

ПРИМЕРЫ

Пример 1. В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6500 + 4100 \cdot n$, где n – число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 7 колец.

$$C = 6500 + 4100 \cdot n \quad n - \text{число колец}$$

$$n = 7$$

$$C = 6500 + 4100 \cdot 7 = 6500 + 28700 = 35200$$

Ответ: 35200

Пример 2. В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 150 + 12 \cdot (t - 5)$, где t – длительность поездки, выраженная в минутах ($t > 5$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 11-минутной поездки.

$$C = 150 + 12 \cdot (t - 5) \quad t - \text{длительность поездки}$$

$$t = 11 \text{ мин}$$

$$C = 150 + 12 \cdot (11 - 5) = 150 + 12 \cdot 6 = 150 + 72 = 222$$

Ответ: 222

Пример 3. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C – градусы Цельсия, t_F – градусы Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -45 градусов по шкале Цельсия?

$$t_F = 1,8t_C + 32 \quad t_C - \text{градусы Цельсия}$$

$$t_C = -45 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_F = 1,8 \cdot (-45) + 32 = -81 + 32 = -49$$

Ответ: -49

Пример 4. Чтобы перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 113 градусов по шкале Фаренгейта?

$$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32) \quad t_F - \text{градусы Фаренгейта}$$

$$t_F = 113 \text{ }^\circ\text{F}$$

$$t_C = \frac{5}{9}(113 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 81 = 45$$

Ответ: 45

Пример 5. Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с²) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с⁻¹), а R – радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна 7,5 с⁻¹, а центростремительное ускорение равно 337,5 м/с². Ответ дайте в метрах.

$$a = \omega^2 R$$

$$a = 337,5 \text{ м/с}^2 \text{ – ускорение}$$

$$\omega = 7,5 \text{ с}^{-1} \text{ – скорость}$$

$$R - ? \text{ – радиус}$$

$$\omega^2 R = a$$

$$7,5^2 \cdot R = 337,5 \quad | : 7,5^2$$

$$R = \frac{337,5}{7,5^2} = \frac{337,5}{7,5 \cdot 7,5} = \frac{3375 \cdot 10}{75 \cdot 75} = 6$$

Ответ: 6

Пример 6. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 101,25 Вт, а сила тока равна 4,5 А. Ответ дайте в омах.

$$P = I^2 R$$

$$P = 101,25 \text{ Вт – мощность}$$

$$I = 4,5 \text{ А – сила тока}$$

$$R - ? \text{ – сопротивление}$$

$$I^2 R = P$$

$$4,5^2 \cdot R = 101,25 \quad | : 4,5^2$$

$$R = \frac{101,25}{4,5^2} = \frac{101,25}{4,5 \cdot 4,5} = \frac{10125}{45 \cdot 45} = 5$$

Ответ: 5

Пример 7. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 12$, $\sin \alpha = \frac{7}{9}$, а $S = 46,2$.

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2S = d_1 d_2 \sin \alpha$$

$$S = 46,2 \text{ – площадь}$$

$$d_1 = 12 \text{ – диагональ}$$

$$d_2 - ? \text{ – диагональ}$$

$$\sin \alpha = \frac{7}{9}$$

$$d_1 d_2 \sin \alpha = 2S$$

$$12 \cdot d_2 \cdot \frac{7}{9} = 2 \cdot 46,2 \quad | \cdot 9$$

$$84 \cdot d_2 = 18 \cdot 46,2$$

$$d_2 = \frac{18 \cdot 46,2}{84} = 9,9$$

Ответ: 9,9

12. Расчеты по формулам

Часть 2. ФИПИ. Расширенная версия

ПРИМЕРЫ

Пример 1. Зная длину своего шага, человек может приблизительно подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n – число шагов, l – длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 60$ см, $n = 1300$? Ответ выразите в километрах.

$$s = nl$$

$$n = 1300 \text{ – число шагов}$$

$$l = 60 \text{ см – длина шага}$$

$$s = 1300 \cdot 60 = 78\,000 \text{ (см)}$$

$$78\,000 \text{ см} = 780 \text{ м} = 0,78 \text{ км}$$

Ответ: 0,78

Пример 2. Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l – длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 11 секунд.

$$T = 2\sqrt{l}$$

$$T = 11 \text{ с – период колебаний}$$

$$l = ? \text{ – длина нити}$$

$$2\sqrt{l} = T$$

$$2\sqrt{l} = 11 \quad | :2$$

$$\sqrt{l} = 5,5$$

$$(\sqrt{l})^2 = (5,5)^2$$

$$l = 30,25$$

Ответ: 30,25

Пример 3. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P – давление (в паскалях), V – объём (в м^3), ν – количество вещества (в молях), T – температура (в градусах Кельвина), а R – универсальная газовая постоянная, равная $8,31 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$. Пользуясь этой формулой, найдите объём V (в м^3), если $T = 300 \text{ К}$, $P = 53\,848,8 \text{ Па}$, $\nu = 32,4 \text{ моль}$.

$$PV = \nu RT$$

$$P = 53\,848,8 \text{ Па – давление}$$

$$V = ? \text{ – объём}$$

$$\nu = 32,4 \text{ моль – колич. вещества}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} \text{ – унив. газ. пост.}$$

$$T = 300 \text{ К – температура}$$

$$PV = \nu RT$$

$$53\,848,8 \cdot V = 32,4 \cdot 8,31 \cdot 300 \quad | :53\,848,8$$

$$V = \frac{32,4 \cdot 8,31 \cdot 300}{53\,848,8}$$

$$V = \frac{324 \cdot 831 \cdot 3}{53\,8488} = \frac{6 \cdot 54 \cdot 3 \cdot 277 \cdot 3}{18 \cdot 29916} = \frac{54 \cdot 3}{108}$$

$$V = 1,5$$

Ответ: 1,5

Пример 4. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P – давление (в паскалях), V – объём (в м³), ν – количество вещества (в молях), T – температура (в градусах Кельвина), а R – универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/(К·моль). Пользуясь формулой, найдите температуру T (в градусах Кельвина), если $P = 70\,219,5$ Па, $\nu = 29,9$ моль, $V = 2,3$ м³.

$$PV = \nu RT$$

$P = 70\,219,5$ Па – давление

$V = 2,3$ м³ – объём

$\nu = 29,9$ моль – количество вещества

$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$ – универс. газовая постоянная

T – ? – температура

$$\nu RT = PV$$

$$29,9 \cdot 8,31 \cdot T = 70219,5 \cdot 2,3 \quad | : (29,9 \cdot 8,31)$$

$$T = \frac{70219,5 \cdot 2,3}{29,9 \cdot 8,31} = \frac{702195 \cdot 230}{299 \cdot 831}$$

$$T = \frac{15 \cdot 46813 \cdot 23 \cdot 10}{23 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 277} = \frac{5 \cdot 169 \cdot 10}{13}$$

$$T = 650$$

Ответ: 650

Пример 5. Закон Кулона можно записать в виде $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$, где F – сила взаимодействия зарядов (в ньютонах), q_1 и q_2 – величины зарядов (в кулонах), k – коэффициент пропорциональности (в Н·м²/Кл²), а r – расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найдите величину заряда q_2 (в кулонах), если $k = 9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл², $q_1 = 0,008$ Кл, $r = 400$ м, а $F = 0,225$ Н.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$F = 0,225$ Н – сила взаимодействия

$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$ – коэф. пропорциональности

$q_1 = 0,008$ Кл – заряд

q_2 – ? – заряд

$r = 400$ м – расстояние между зарядами

$$k \frac{q_1 q_2}{r^2} = F \quad | \cdot r^2$$

$$k q_1 q_2 = F r^2$$

$$9 \cdot 10^9 \cdot 0,008 \cdot q_2 = 0,225 \cdot 400^2 \quad | : (9 \cdot 10^9 \cdot 0,008)$$

$$q_2 = \frac{0,225 \cdot 400^2}{9 \cdot 10^9 \cdot 0,008} = \frac{0,225 \cdot 16}{9 \cdot 10^5 \cdot 0,008} = \frac{225 \cdot 16}{9 \cdot 10^5 \cdot 8}$$

$$q_2 = 0,0005$$

Ответ: 0,0005