

## 15. Финансовая математика

### Блок 1. ФИПИ ([www.fipi.ru](http://www.fipi.ru)) + Другие источники

#### I) Вклады и кредиты

**1.** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – **целое** число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

**2.** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – **целое** число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,8S$	$0,5S$	0

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

**3.** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – **целое** число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,6S$	$0,25S$	0

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет не меньше 5 млн рублей.

- 4.** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – **целое** число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
  - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,6S$	$0,25S$	0

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн рублей

- 5.** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – **целое** число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
  - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет меньше 3 млн рублей.

- 6.** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – **целое** число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
  - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,8S$	$0,5S$	0

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

**7.** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – **целое** число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,7S$	$0,4S$	$0,2S$	0

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором общая сумма выплат будет больше 10 млн рублей.

**8.** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – **целое** число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,8S$	$0,5S$	$0,1S$	0

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 50 млн рублей.

**9.** 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  – **целое** число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

**10.** 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  – **целое** число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

**11.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась 1 млн рублей?

**12.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась 2,34 млн рублей?

**13.** 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно выплатить банку в первые 12 месяцев?

**14.** 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 1,8 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно выплатить банку в первые 12 месяцев?

**15.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

**16.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 14 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15 число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 15% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

**17.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите  $r$ , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший – не менее 0,6 млн рублей.

**18.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите  $r$ , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,3 млн рублей, а наименьший – не менее 0,49 млн рублей.

**19.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку  $r$ , если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

**20.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку  $r$ , если известно, что последний платёж будет не менее 0,92 млн рублей.

**21.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составит 9 млн рублей?

**22.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 17 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составит 3,4 млн рублей?

**23.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж составит 1,25 млн рублей?

**24.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 14 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж составит 3,85 млн рублей?

**25.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн рублей?

**26.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 10 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 15 млн рублей?

**27.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 18 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет был взят кредит, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 27 млн рублей?

**28.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 7,5 млн рублей?

**29.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 14 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 24,5 млн рублей?



**30.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

**31.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 13 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 12-й долг должен быть на 50 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 13-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 804 тысячи рублей?

**32.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на 80 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 10-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1198 тысяч рублей?

**33.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 26 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 25-й долг должен быть на 20 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 26-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 25-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1407 тысяч рублей?

**34.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1100 тысяч рублей на 31 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 30-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1503 тысячи рублей?

**35.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1000 тысяч рублей на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 10-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1231 тысячи рублей?

**36.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 10-го месяца долг составит 300 тысяч рублей;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1388 тысяч рублей?

**37.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 17 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 16-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 16-го месяца долг составит 400 тысяч рублей;
- к 15-му числу 17-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1608 тысяч рублей?

**38.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 31 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 30-го месяца долг составит 100 тысяч рублей;
- к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 555 тысяч рублей?

**39.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 900 тысяч рублей на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 10-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите  $r$ , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1021 тысячу рублей.

**40.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1100 тысяч рублей на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 20-го месяца долг составит 300 тысяч рублей;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите  $r$ , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1247 тысячу рублей.

**41.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 600 тысяч рублей на  $(n+1)$  месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по  $n$ -й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа  $n$ -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу  $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите  $n$ , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 852 тысячи рублей.

**42.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 700 тысяч рублей на  $(n+1)$  месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по  $n$ -й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа  $n$ -го месяца долг составит 300 тысяч рублей;
- к 15-му числу  $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите  $n$ , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 755 тысяч рублей.

**43.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1 000 000 рублей на  $(n+1)$  месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по  $n$ -й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа  $n$ -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу  $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите  $r$ , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тысяч рублей.

**44.** 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1 200 000 рублей на  $(n+1)$  месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца с 1-го по  $n$ -й долг должен быть на 80 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
  - 15-го числа  $n$ -го месяца долг составит 400 тысяч рублей;
  - к 15-му числу  $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.
- Найдите  $r$ , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1288 тысяч рублей.

**45.** В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 825 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 825 тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

**46.** В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 920 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 920 тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

**47.** В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 1050 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 1050 тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

На сколько рублей последняя выплата будет больше первой?

**48.** В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 860 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 860 тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

На сколько рублей последняя выплата будет больше первой?

**49.** В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере  $S$  тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным  $S$  тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны по 338 тыс. рублей;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

**50.** В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере  $S$  тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным  $S$  тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны по 625 тыс. рублей;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

**51.** Планируется выдать льготный кредит на **целое** число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20 % по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 млн рублей.

**52.** Планируется выдать льготный кредит на **целое** число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 10 % по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 6 млн рублей.

**53.** Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет **целое** число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 20 млн рублей.

**54.** Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет **целое** число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 1 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 10 млн рублей.

**55.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 200 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите  $r$ , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причём в первый год будет выплачено 130 000 рублей, а во второй год – 150 000 рублей.

**56.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 600 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите  $r$ , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причём в первый год будет выплачено 360 000 рублей, а во второй год – 330 000 рублей.

**57.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 147 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен двумя равными платежами, то есть за два года?

**58.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 928 200 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен двумя равными платежами, то есть за два года?

**59.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 419 375 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

**60.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 545 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 40% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

**61.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и банку будет выплачено 292 820 рублей?



**62.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и банку будет выплачено 311 040 рублей?

**63.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 40 980 рублей больше суммы, взятой в кредит?

**64.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 156 060 рублей больше суммы, взятой в кредит?

**65.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 104 800 рублей больше суммы, взятой в кредит?

**66.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 34 150 рублей больше суммы, взятой в кредит?

**67.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите  $r$ .

**68.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

– Каждый январь долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 77 760 руб, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 131 760 руб, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите  $r$ .

### III) Задачи на оптимальный выбор

**69.** Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $t$  единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $2t$  единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей. Григорий готов выделять 30 250 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

**70.** Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $3t$  единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $4t$  единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей. Григорий готов выделять 5 000 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

**71.** Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $3t$  единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $5t$  единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей. Григорий готов выделять 6 800 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

**72.** Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $2t$  единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $5t$  единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей. Владимиру нужно каждую неделю производить 580 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

**73.** Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $4t$  единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $5t$  единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей. Владимиру нужно каждую неделю производить 410 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

**74.** Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $2t$  единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $3t$  единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей. Владимиру нужно каждую неделю производить 520 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

**75.** Строительство нового завода стоит 75 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. ед. продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + x + 7$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + x + 7)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более чем за 3 года?

**76.** Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. ед. продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + 2x + 6$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более чем за 3 года?

**77.** Строительство нового завода стоит 122 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. единиц продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 - 2x + 10$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 - 2x + 10)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более чем за 4 года?

**78.** Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят  $t^2$  тыс. рублей в конце года  $t$  ( $t=1; 2; \dots$ ). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В конце какого года пенсионному фонду следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счёте была наибольшей?

**79.** Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят  $t^2$  тыс. рублей в конце года  $t$  ( $t=1; 2; \dots$ ). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться на 25%. В конце какого года пенсионному фонду следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцатого года сумма на его счёте была наибольшей?

**80.** Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят  $t^2$  тыс. рублей в конце года  $t$  ( $t=1; 2; \dots$ ). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться в  $1+r$  раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцатого года сумма на его счёте была наибольшей. Расчёты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце девятого года. При каких положительных значениях  $r$  это возможно?

**81.** Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят  $t^2$  тыс. рублей в конце года  $t$  ( $t=1; 2; \dots$ ). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться в  $1+r$  раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счёте была наибольшей. Расчёты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце двадцать первого года. При каких положительных значениях  $r$  это возможно?