

12. Исследование функций**Блок 1. ФИПИ (www.fipi.ru)****1) Исследование степенных и иррациональных функций****Задание 1.** Найдите точку максимума функции ...

- 1) $y = x^3 - 27x + 14$; 3) $y = x^3 + 12x^2 + 36x + 20$; 5) $y = x^3 + 16x^2 + 64x + 12$
2) $y = x^3 - 75x + 10$; 4) $y = x^3 + 4x^2 + 4x + 17$; 6) $y = x^3 + 10x^2 + 25x + 16$.

Задание 2. Найдите точку минимума функции ...

- 1) $y = x^3 - 300x + 11$; 3) $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$; 5) $y = x^3 - 14x^2 + 49x + 3$;
2) $y = x^3 - 48x + 5$; 4) $y = x^3 - 12x^2 + 36x - 30$; 6) $y = x^3 - 18x^2 + 81x + 17$.

Задание 3. Найдите наибольшее значение функции ...

- 1) $y = 3x^5 - 5x^3 + 1$ на отрезке $[-7; 0]$;
2) $y = x^5 - 5x^3 - 20x$ на отрезке $[-10; -1]$;
3) $y = x^5 + 20x^3 - 65x$ на отрезке $[-4; 0]$;
4) $y = -7 + 243x - x^3$ на отрезке $[-9; 9]$;
5) $y = -7 + 75x - x^3$ на отрезке $[-5; 5]$;
6) $y = x^3 + 2x^2 + x - 7$ на отрезке $[-3; -0,5]$;
7) $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ на отрезке $[0; 3]$;
8) $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 7$ на отрезке $[-1; 3]$.

Задание 4. Найдите наименьшее значение функции ...

- 1) $y = 12x^2 - x^3 + 3$ на отрезке $[-5; 6]$;
2) $y = 18x^2 - x^3 + 19$ на отрезке $[-7; 10]$;
3) $y = 9x^2 - x^3 + 11$ на отрезке $[-4; 4]$;
4) $y = 21x^2 - x^3 + 5$ на отрезке $[-5; 9]$;
5) $y = 11 + 48x - x^3$ на отрезке $[-4; 4]$;
6) $y = 19 + 192x - x^3$ на отрезке $[-8; 8]$;
7) $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 21$ на отрезке $[-3; 0]$;
8) $y = x^3 - x^2 - 8x + 4$ на отрезке $[1; 7]$.

Задание 5. Найдите точку минимума функции ...

- 1) $y = x^{\frac{3}{2}} - 18x + 29$; 2) $y = x^{\frac{3}{2}} - 21x + 11$.

Задание 6. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = 5 + 6x - x\sqrt{x}$ на отрезке $[14; 23]$;

3) $y = 11 + 6x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[0; 21]$;

2) $y = 6 + 12x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[2; 11]$;

4) $y = 7 + 6x - 2x\sqrt{x}$ на отрезке $[1; 10]$.

Задание 7. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = x\sqrt{x} - 6x + 1$ на отрезке $[2; 25]$;

3) $y = x\sqrt{x} - 9x + 23$ на отрезке $[1; 49]$;

2) $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 6x - 5$ на отрезке $[9; 36]$;

4) $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 3x + 1$ на отрезке $[1; 9]$.

II) Исследование произведений

Задание 8. Найдите точку максимума функции ...

1) $y = (x-4)^2(x+5) + 8$;

5) $y = (x+3) \cdot e^{3-x}$;

9) $y = (x+5)^2 \cdot e^{2-x}$;

2) $y = (x-6)^2(x-3) + 5$;

6) $y = (x+2) \cdot e^{2-x}$;

10) $y = (x+8)^2 \cdot e^{3-x}$;

3) $y = (x+8)^2(x+7) - 10$;

7) $y = (4-x) \cdot e^{x+4}$;

11) $y = (x-11)^2 \cdot e^{x-7}$;

4) $y = (x+8)^2(x-9) - 7$;

8) $y = (9-x) \cdot e^{x+9}$;

12) $y = (x-7)^2 \cdot e^{x-8}$.

Задание 9. Найдите точку минимума функции ...

1) $y = (x-1)^2(x+4) + 10$;

5) $y = (x+5) \cdot e^{x-5}$;

9) $y = (x^2 - 11x + 11) \cdot e^{x+13}$;

2) $y = (x+7)^2(x+1) - 6$;

6) $y = (x+16) \cdot e^{x-16}$;

10) $y = (x^2 - 9x + 9) \cdot e^{x+27}$;

3) $y = (x-10)^2(x-4) + 2$;

7) $y = (7-x) \cdot e^{7-x}$;

11) $y = (x^2 - 6x + 6) \cdot e^{x-9}$;

4) $y = (x+13)^2(x-2) - 9$;

8) $y = (3-x) \cdot e^{3-x}$;

12) $y = (x^2 - 10x + 10) \cdot e^{x-21}$.

Задание 10. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = (x+10)^2(x+9) + 1$ на отрезке $[-12; -9,5]$;

4) $y = (x+6)^2(x-4) + 3$ на отрезке $[-11; -1]$;

2) $y = (x+5)^2(x+4) + 7$ на отрезке $[-6; -4,5]$;

5) $y = (x-8)^2(x-9) - 10$ на отрезке $[2; 8,5]$;

3) $y = (x+9)^2(x-5) + 8$ на отрезке $[-14; -8]$;

6) $y = (x-1)^2(x-10) - 1$ на отрезке $[-1; 6]$.

Задание 11. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = (x+3)^2(x+7)+10$ на отрезке $[-5; 6]$;

2) $y = (x+5)^2(x+6)-8$ на отрезке $[-5,5; 1]$;

3) $y = (x-1)^2(x+3)+4$ на отрезке $[0; 8]$;

4) $y = (x-10)^2(x+10)-7$ на отрезке $[8; 18]$;

5) $y = (x-8)^2(x-2)-3$ на отрезке $[5; 17]$;

6) $y = (x-10)^2(x-7)-4$ на отрезке $[9; 14]$.

Задание 12. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = (x^2 - 3x + 3) \cdot e^{3-x}$ на отрезке $[2; 5]$;

2) $y = (x^2 - 12x + 12) \cdot e^{12-x}$ на отрезке $[8; 13]$;

3) $y = (x-27) \cdot e^{28-x}$ на отрезке $[23; 40]$;

4) $y = (2x-6) \cdot e^{13-4x}$ на отрезке $[2; 14]$.

Задание 13. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = (3x^2 + 21x - 21) \cdot e^x$ на отрезке $[-5; 3]$;

2) $y = (2x^2 + 16x - 16) \cdot e^x$ на отрезке $[-2; 5]$;

3) $y = (3x^2 - 36x + 36) \cdot e^{x-10}$ на отрезке $[8; 11]$;

4) $y = (2x^2 - 28x + 28) \cdot e^{x-12}$ на отрезке $[9; 15]$;

5) $y = (x^2 - 39x + 39) \cdot e^{2-x}$ на отрезке $[0; 6]$;

6) $y = (x^2 - 8x + 8) \cdot e^{2-x}$ на отрезке $[1; 7]$;

7) $y = (x-4) \cdot e^{2x-7}$ на отрезке $[2; 11]$;

8) $y = (2x+15) \cdot e^{2x+16}$ на отрезке $[-9; -2]$.

III) Исследование частных

Задание 14. Найдите точку максимума функции ...

1) $y = -\frac{x^2+1}{x}$;

3) $y = -\frac{x^2+25}{x}$;

5) $y = -\frac{x^2+36}{x}$;

2) $y = -\frac{x}{x^2+169}$;

4) $y = -\frac{x}{x^2+225}$;

6) $y = -\frac{x}{x^2+441}$.

Задание 15. Найдите точку минимума функции ...

1) $y = -\frac{x^2+196}{x}$;

3) $y = -\frac{x^2+16}{x}$;

5) $y = -\frac{x^2+361}{x}$;

2) $y = -\frac{x}{x^2+289}$;

4) $y = -\frac{x}{x^2+256}$;

6) $y = -\frac{x}{x^2+324}$.

Задание 16. Найдите наибольшее значение функции ...

- 1) $y = \frac{x^2+9}{x}$ на отрезке $[-11; -1]$; 3) $y = \frac{x^2+25}{x}$ на отрезке $[-12; -1]$;
 2) $y = \frac{x^2+121}{x}$ на отрезке $[-20; -1]$; 4) $y = \frac{x^2+16}{x}$ на отрезке $[-10; -1]$;

Задание 17. Найдите наименьшее значение функции ...

- 1) $y = \frac{x^2+36}{x}$ на отрезке $[1; 17]$; 4) $y = \frac{x^2+9}{x}$ на отрезке $[1; 11]$;
 2) $y = \frac{x^2+484}{x}$ на отрезке $[2; 33]$; 5) $y = \frac{x^2+49}{x}$ на отрезке $[1; 19]$;
 3) $y = \frac{x^2+81}{x}$ на отрезке $[4; 20]$; 6) $y = \frac{x^2+441}{x}$ на отрезке $[2; 32]$.

IV) Исследование логарифмических и показательных функций

Задание 18. Найдите точку максимума функции ...

- 1) $y = 0,5x^2 - 11x + 28\ln x + 9$;
 2) $y = 0,5x^2 - 18x + 80\ln x - 5$;
 3) $y = 0,5x^2 - 21x + 110\ln x + 43$; 5) $y = 1,5x^2 - 45x + 150\ln x + 8$;
 4) $y = 0,5x^2 - 8x + 15\ln x - 8$; 6) $y = 1,5x^2 - 51x + 216\ln x + 3$.

Задание 19. Найдите точку минимума функции ...

- 1) $y = 1,5x^2 - 27x + 42 \cdot \ln x - 10$; 3) $y = 1,5x^2 - 36x + 81 \cdot \ln x - 8$;
 2) $y = 1,5x^2 - 30x + 48 \cdot \ln x + 4$; 4) $y = 0,5x^2 - 28x + 96 \cdot \ln x + 31$.

Задание 20. Найдите точку максимума функции ...

- 1) $y = \ln(x+11) - 4x + 5$; 5) $y = \ln(x-13) - 2x + 7$;
 2) $y = \ln(x+7) - 10x + 11$; 6) $y = \ln(x-9) - 2x + 12$;
 3) $y = \ln(x+2) - 5x + 13$; 7) $y = \ln(x-7) - 2x - 3$;
 4) $y = \ln(x+5) - 4x + 3$; 8) $y = \ln(x-2) - 10x + 11$.

Задание 21. Найдите точку минимума функции ...

- 1) $y = 2x - \ln(x+7) + 9$; 3) $y = 9x - 9\ln(x+3) + 4$;
 2) $y = 4x - \ln(x+5) + 2$; 4) $y = 15x - 3\ln(x-3) + 6$.

Задание 22. Найдите точку максимума функции ...

1) $y = \ln(x+3)^7 - 7x - 9;$

3) $y = \ln(x-5)^3 - 6x - 5;$

2) $y = \ln(x-4)^6 - 6x + 13;$

4) $y = 4\ln(x+1)^5 - 25x + 3.$

Задание 23. Найдите точку минимума функции ...

1) $y = 9x - \ln(x-2)^9 - 8;$

3) $y = 10x - \ln(x+3)^5 + 7;$

2) $y = 8x - \ln(x+4)^8 + 7;$

4) $y = 12x - \ln(x-4)^6 - 9.$

Задание 24. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = 10\ln(x+9) - 10x - 7$ на отрезке $[-8,5; 0];$

2) $y = 11\ln(x+4) - 11x - 5$ на отрезке $[-3,5; 0];$

3) $y = 3\ln(x+2) - 3x + 10$ на отрезке $[-1,5; 0];$

5) $y = 7\ln(x+6) - 7x + 5$ на отрезке $[-5,5; 0];$

4) $y = 5\ln(x+9) - 5x - 8$ на отрезке $[-8,5; 0];$

6) $y = 9\ln(x+7) - 9x + 4$ на отрезке $[-6,5; 0].$

Задание 25. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = 9x - 9\ln(x+11) + 7$ на отрезке $[-10,5; 0];$

2) $y = 12x - 12\ln(x+2) + 7$ на отрезке $[-1,5; 0].$

Задание 26. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = \ln(8x) - 8x + 7$ на отрезке $\left[\frac{1}{16}; \frac{5}{16}\right];$

2) $y = \ln(7x) - 7x + 9$ на отрезке $\left[\frac{1}{13}; \frac{1}{3}\right].$

Задание 27. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = 12x - \ln(12x) + 4$ на отрезке $\left[\frac{1}{24}; \frac{5}{24}\right];$

2) $y = 13x - \ln(13x) + 13$ на отрезке $\left[\frac{1}{15}; \frac{1}{11}\right].$

Задание 28. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = \ln(x+4)^5 - 5x$ на отрезке $[-3,5; 0];$

3) $y = \ln(x+8)^3 - 3x$ на отрезке $[-7,5; 0];$

2) $y = \ln(x+6)^3 - 3x$ на отрезке $[-5,5; 0];$

4) $y = \ln(x+9)^5 - 5x$ на отрезке $[-8,5; 0].$

Задание 29. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = 9x - \ln(x+4)^9$ на отрезке $[-3, 5; 0]$;

3) $y = 3x - \ln(x+3)^3$ на отрезке $[-2, 5; 0]$;

2) $y = 5x - \ln(x+8)^5$ на отрезке $[-7, 5; 0]$;

4) $y = 9x - \ln(x+5)^9$ на отрезке $[-4, 5; 0]$.

Задание 30. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = e^{2x} - 2e^x + 8$ на отрезке $[-2; 1]$;

3) $y = e^{2x} - 8e^x + 9$ на отрезке $[0; 2]$;

2) $y = e^{2x} - 4e^x - 5$ на отрезке $[-1; 2]$;

4) $y = e^{2x} - 6e^x - 1$ на отрезке $[1; 2]$.

V) Исследование тригонометрических функций

Задание 31. Найдите точку максимума функции ...

1) $y = (2x - 1) \cdot \cos x - 2 \sin x + 5$, принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$;

2) $y = (4x - 6) \cdot \cos x - 4 \sin x + 9$, принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Задание 32. Найдите точку минимума функции ...

1) $y = (1 - 2x) \cdot \cos x + 2 \sin x + 7$, принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$;

2) $y = (6 - 4x) \cdot \cos x + 4 \sin x + 12$, принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Задание 33. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = 43x - 40 \sin x + 34$ на отрезке $[-\frac{\pi}{2}; 0]$;

5) $y = 10 \sin x - \frac{36x}{\pi} + 7$ на отрезке $[-\frac{5\pi}{6}; 0]$;

2) $y = 59x - 56 \sin x + 42$ на отрезке $[-\frac{\pi}{2}; 0]$;

6) $y = 10 \sin x - \frac{42x}{\pi} - 12$ на отрезке $[-\frac{5\pi}{6}; 0]$;

3) $y = 85x - 83 \sin x + 55$ на отрезке $[-\frac{\pi}{2}; 0]$;

7) $y = 2 \cos x - \frac{12}{\pi} x + 4$ на отрезке $[-\frac{2\pi}{3}; 0]$;

4) $y = 33x - 30 \sin x + 29$ на отрезке $[-\frac{\pi}{2}; 0]$;

8) $y = 4 \cos x - \frac{24}{\pi} x - 7$ на отрезке $[-\frac{2\pi}{3}; 0]$.

Задание 34. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = 18x - 10\sin x + 15$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$;

3) $y = 6\sin x - 9x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$;

2) $y = 8x - 2\sin x + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$;

4) $y = 32\sin x - 35x + 30$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$;

Задание 35. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = 4\cos x + 13x + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$;

5) $y = 10\cos x + \frac{36x}{\pi} - 6$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$;

2) $y = 13\cos x + 17x + 21$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$;

6) $y = 12\cos x + \frac{45x}{\pi} - 4$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$;

3) $y = 56\cos x + 59x - 42$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$;

7) $y = 4\cos x + \frac{21}{\pi}x + 6$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$;

4) $y = 69\cos x + 71x - 48$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$;

8) $y = 8\cos x + \frac{30}{\pi}x + 19$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

Задание 36. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = 20x - 20\operatorname{tg}x - 36$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$;

2) $y = 25x - 25\operatorname{tg}x + 41$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$;

3) $y = 31x - 31\operatorname{tg}x + 13$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$;

5) $y = 13\operatorname{tg}x - 13x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$;

4) $y = 32x - 32\operatorname{tg}x - 14$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$;

6) $y = 12\operatorname{tg}x - 12x - 15$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

Задание 37. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = 3x - 3\operatorname{tg}x + 9$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$;

3) $y = 38x - 38\operatorname{tg}x + 20$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$;

2) $y = 7x - 7\operatorname{tg}x - 13$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$;

4) $y = 43x - 43\operatorname{tg}x - 35$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

Задание 38. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = 20 \operatorname{tg} x - 20x + 5\pi - 6$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$;

3) $y = -\operatorname{tg} x + 2x - 0,5\pi + 10$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$;

2) $y = 36 \operatorname{tg} x - 36x + 9\pi - 11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$;

4) $y = -3 \operatorname{tg} x + 6x - 1,5\pi + 12$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Задание 39. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = 10 \operatorname{tg} x - 20x + 5\pi - 3$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$;

2) $y = 14 \operatorname{tg} x - 28x + 7\pi - 2$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.