

## 11. Исследование функций

### Блок 1. ФИПИ ([www.fipi.ru](http://www.fipi.ru)) + Другие источники

#### 1) Исследование степенных и иррациональных функций

**Задание 1.** Найдите точку максимума функции ...

1)  $y = x^3 - 12x^2 + 36x - 30$     3)  $y = x^3 + 12x^2 + 36x + 20$     5)  $y = x^3 + 16x^2 + 64x + 12$

2)  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$     4)  $y = x^3 + 4x^2 + 4x + 17$     6)  $y = x^3 + 10x^2 + 25x + 16$

**Задание 2.** Найдите наибольшее значение функции ...

1)  $y = 3x^5 - 5x^3 + 1$  на отрезке  $[-7; 0]$

7)  $y = 12x^2 - x^3 + 3$  на отрезке  $[-5; 6]$

2)  $y = x^5 + 20x^3 - 65x$  на отрезке  $[-4; 0]$

8)  $y = 18x^2 - x^3 + 19$  на отрезке  $[-7; 10]$

3)  $y = -7 + 243x - x^3$  на отрезке  $[-9; 9]$

9)  $y = 11 + 48x - x^3$  на отрезке  $[-4; 4]$

4)  $y = -7 + 75x - x^3$  на отрезке  $[-5; 5]$

10)  $y = 19 + 192x - x^3$  на отрезке  $[-8; 8]$

5)  $y = x^3 + 2x^2 + x - 7$  на отрезке  $[-3; -0,5]$

11)  $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 21$  на отрезке  $[-3; 0]$

6)  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$  на отрезке  $[0; 3]$

12)  $y = x^3 - x^2 - 8x + 4$  на отрезке  $[1; 7]$

**Задание 3.** Найдите наименьшее значение функции ...

1)  $y = 9x^2 - x^3 + 11$  на отрезке  $[-4; 4]$

2)  $y = 21x^2 - x^3 + 5$  на отрезке  $[-5; 9]$

**Задание 4.** Найдите точку минимума функции ...

1)  $y = x^{\frac{3}{2}} - 18x + 29$

2)  $y = x^{\frac{3}{2}} - 21x + 11$

**Задание 5.** Найдите наибольшее значение функции ...

1)  $y = 5 + 6x - x\sqrt{x}$  на отрезке  $[14; 23]$

3)  $y = 11 + 6x - 4x\sqrt{x}$  на отрезке  $[0; 21]$

2)  $y = 6 + 12x - 4x\sqrt{x}$  на отрезке  $[2; 11]$

4)  $y = 7 + 6x - 2x\sqrt{x}$  на отрезке  $[1; 10]$

**Задание 6.** Найдите наименьшее значение функции ...

1)  $y = x\sqrt{x} - 6x + 1$  на отрезке  $[2; 25]$

3)  $y = x\sqrt{x} - 9x + 23$  на отрезке  $[1; 49]$

2)  $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 6x - 5$  на отрезке  $[9; 36]$

4)  $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 3x + 1$  на отрезке  $[1; 9]$

II) Исследование произведений

**Задание 7.** Найдите точку максимума функции ...

1)  $y = (x-4)^2(x+5) + 8$

5)  $y = (x+3) \cdot e^{3-x}$ ;

9)  $y = (x+5)^2 \cdot e^{2-x}$

2)  $y = (x-6)^2(x-3) + 5$

6)  $y = (x+2) \cdot e^{2-x}$

10)  $y = (x+8)^2 \cdot e^{3-x}$

3)  $y = (x+8)^2(x+7) - 10$

7)  $y = (4-x) \cdot e^{x+4}$

11)  $y = (x-11)^2 \cdot e^{x-7}$

4)  $y = (x+8)^2(x-9) - 7$

8)  $y = (9-x) \cdot e^{x+9}$

12)  $y = (x-7)^2 \cdot e^{x-8}$

**Задание 8.** Найдите точку минимума функции ...

1)  $y = (x-1)^2(x+4) + 10$

5)  $y = (x+5) \cdot e^{x-5}$

9)  $y = (x^2 - 11x + 11) \cdot e^{x+13}$

2)  $y = (x+7)^2(x+1) - 6$

6)  $y = (x+16) \cdot e^{x-16}$

10)  $y = (x^2 - 9x + 9) \cdot e^{x+27}$

3)  $y = (x-10)^2(x-4) + 2$

7)  $y = (7-x) \cdot e^{7-x}$

11)  $y = (x^2 - 6x + 6) \cdot e^{x-9}$

4)  $y = (x+13)^2(x-2) - 9$

8)  $y = (3-x) \cdot e^{3-x}$

12)  $y = (x^2 - 10x + 10) \cdot e^{x-21}$

**Задание 9.** Найдите наибольшее значение функции ...

1)  $y = (x+10)^2(x+9) + 1$  на отрезке  $[-12; -9,5]$

2)  $y = (x+5)^2(x+4) + 7$  на отрезке  $[-6; -4,5]$

3)  $y = (x+9)^2(x-5) + 8$  на отрезке  $[-14; -8]$

5)  $y = (x-8)^2(x-9) - 10$  на отрезке  $[2; 8,5]$

4)  $y = (x+6)^2(x-4) + 3$  на отрезке  $[-11; -1]$

6)  $y = (x-1)^2(x-10) - 1$  на отрезке  $[-1; 6]$

**Задание 10.** Найдите наименьшее значение функции ...

1)  $y = (x+3)^2(x+7) + 10$  на отрезке  $[-5; 6]$

2)  $y = (x+5)^2(x+6) - 8$  на отрезке  $[-5,5; 1]$

**Задание 10.** Найдите наименьшее значение функции ...

3)  $y = (x-1)^2(x+3)+4$  на отрезке  $[0; 8]$

5)  $y = (x-8)^2(x-2)-3$  на отрезке  $[5; 17]$

4)  $y = (x-10)^2(x+10)-7$  на отрезке  $[8; 18]$

6)  $y = (x-10)^2(x-7)-4$  на отрезке  $[9; 14]$

**Задание 11.** Найдите наибольшее значение функции ...

1)  $y = (x^2 - 3x + 3) \cdot e^{3-x}$  на отрезке  $[2; 5]$

3)  $y = (x-27) \cdot e^{28-x}$  на отрезке  $[23; 40]$

2)  $y = (x^2 - 12x + 12) \cdot e^{12-x}$  на отрезке  $[8; 13]$

4)  $y = (2x-6) \cdot e^{13-4x}$  на отрезке  $[2; 14]$

**Задание 12.** Найдите наименьшее значение функции ...

1)  $y = (3x^2 + 21x - 21) \cdot e^x$  на отрезке  $[-5; 3]$

5)  $y = (x^2 - 39x + 39) \cdot e^{2-x}$  на отрезке  $[0; 6]$

2)  $y = (2x^2 + 16x - 16) \cdot e^x$  на отрезке  $[-2; 5]$

6)  $y = (x^2 - 8x + 8) \cdot e^{2-x}$  на отрезке  $[1; 7]$

3)  $y = (3x^2 - 36x + 36) \cdot e^{x-10}$  на отрезке  $[8; 11]$

7)  $y = (x-4) \cdot e^{2x-7}$  на отрезке  $[2; 11]$

4)  $y = (2x^2 - 28x + 28) \cdot e^{x-12}$  на отрезке  $[9; 15]$

8)  $y = (2x+15) \cdot e^{2x+16}$  на отрезке  $[-9; -2]$

### III) Исследование частных

**Задание 13.** Найдите точку максимума функции ...

1)  $y = -\frac{x^2+1}{x}$

3)  $y = -\frac{x^2+25}{x}$

5)  $y = -\frac{x^2+36}{x}$

2)  $y = -\frac{x}{x^2+169}$

4)  $y = -\frac{x}{x^2+225}$

6)  $y = -\frac{x}{x^2+441}$

**Задание 14.** Найдите точку минимума функции ...

1)  $y = -\frac{x^2+196}{x}$

3)  $y = -\frac{x^2+16}{x}$

5)  $y = -\frac{x^2+361}{x}$

2)  $y = -\frac{x}{x^2+289}$

4)  $y = -\frac{x}{x^2+256}$

6)  $y = -\frac{x}{x^2+324}$

**Задание 15.** Найдите наибольшее значение функции ...

- 1)  $y = \frac{x^2+9}{x}$  на отрезке  $[-11; -1]$       3)  $y = \frac{x^2+25}{x}$  на отрезке  $[-12; -1]$   
 2)  $y = \frac{x^2+121}{x}$  на отрезке  $[-20; -1]$       4)  $y = \frac{x^2+16}{x}$  на отрезке  $[-10; -1]$

**Задание 16.** Найдите наименьшее значение функции ...

- 1)  $y = \frac{x^2+36}{x}$  на отрезке  $[1; 17]$       4)  $y = \frac{x^2+9}{x}$  на отрезке  $[1; 11]$   
 2)  $y = \frac{x^2+484}{x}$  на отрезке  $[2; 33]$       5)  $y = \frac{x^2+49}{x}$  на отрезке  $[1; 19]$   
 3)  $y = \frac{x^2+81}{x}$  на отрезке  $[4; 20]$       6)  $y = \frac{x^2+441}{x}$  на отрезке  $[2; 32]$

#### IV) Исследование логарифмических и показательных функций

**Задание 17.** Найдите точку максимума функции ...

- 1)  $y = 0,5x^2 - 11x + 28\ln x + 9$   
 2)  $y = 0,5x^2 - 18x + 80\ln x - 5$   
 3)  $y = 0,5x^2 - 21x + 110\ln x + 43$       5)  $y = 1,5x^2 - 45x + 150\ln x + 8$   
 4)  $y = 0,5x^2 - 8x + 15\ln x - 8$       6)  $y = 1,5x^2 - 51x + 216\ln x + 3$

**Задание 18.** Найдите точку минимума функции ...

- 1)  $y = 1,5x^2 - 27x + 42 \cdot \ln x - 10$       3)  $y = 1,5x^2 - 36x + 81 \cdot \ln x - 8$   
 2)  $y = 1,5x^2 - 30x + 48 \cdot \ln x + 4$       4)  $y = 0,5x^2 - 28x + 96 \cdot \ln x + 31$

**Задание 19.** Найдите точку максимума функции ...

- 1)  $y = \ln(x+11) - 4x + 5$       5)  $y = \ln(x-13) - 2x + 7$   
 2)  $y = \ln(x+7) - 10x + 11$       6)  $y = \ln(x-9) - 2x + 12$   
 3)  $y = \ln(x+2) - 5x + 13$       7)  $y = \ln(x-7) - 2x - 3$   
 4)  $y = \ln(x+5) - 4x + 3$       8)  $y = \ln(x-2) - 10x + 11$

**Задание 20.** Найдите точку минимума функции ...

- 1)  $y = 2x - \ln(x+7) + 9$       3)  $y = 9x - 9\ln(x+3) + 4$   
 2)  $y = 4x - \ln(x+5) + 2$       4)  $y = 15x - 3\ln(x-3) + 6$

**Задание 21.** Найдите точку максимума функции ...

1)  $y = \ln(x+3)^7 - 7x - 9$

3)  $y = \ln(x-5)^3 - 6x - 5$

2)  $y = \ln(x-4)^6 - 6x + 13$

4)  $y = 4\ln(x+1)^5 - 25x + 3$

**Задание 22.** Найдите точку минимума функции ...

1)  $y = 9x - \ln(x-2)^9 - 8$

3)  $y = 10x - \ln(x+3)^5 + 7$

2)  $y = 8x - \ln(x+4)^8 + 7$

4)  $y = 12x - \ln(x-4)^6 - 9$

**Задание 23.** Найдите наибольшее значение функции ...

1)  $y = 10\ln(x+9) - 10x - 7$  на отрезке  $[-8,5; 0]$

2)  $y = 11\ln(x+4) - 11x - 5$  на отрезке  $[-3,5; 0]$

3)  $y = 3\ln(x+2) - 3x + 10$  на отрезке  $[-1,5; 0]$

5)  $y = 7\ln(x+6) - 7x + 5$  на отрезке  $[-5,5; 0]$

4)  $y = 5\ln(x+9) - 5x - 8$  на отрезке  $[-8,5; 0]$

6)  $y = 9\ln(x+7) - 9x + 4$  на отрезке  $[-6,5; 0]$

**Задание 24.** Найдите наименьшее значение функции ...

1)  $y = 9x - 9\ln(x+11) + 7$  на отрезке  $[-10,5; 0]$

2)  $y = 12x - 12\ln(x+2) + 7$  на отрезке  $[-1,5; 0]$

**Задание 25.** Найдите наибольшее значение функции ...

1)  $y = \ln(8x) - 8x + 7$  на отрезке  $\left[\frac{1}{16}; \frac{5}{16}\right]$

2)  $y = \ln(7x) - 7x + 9$  на отрезке  $\left[\frac{1}{13}; \frac{1}{3}\right]$

**Задание 26.** Найдите наименьшее значение функции ...

1)  $y = 12x - \ln(12x) + 4$  на отрезке  $\left[\frac{1}{24}; \frac{5}{24}\right]$

2)  $y = 13x - \ln(13x) + 13$  на отрезке  $\left[\frac{1}{15}; \frac{1}{11}\right]$

**Задание 27.** Найдите наибольшее значение функции ...

1)  $y = \ln(x+4)^5 - 5x$  на отрезке  $[-3,5; 0]$

3)  $y = \ln(x+8)^3 - 3x$  на отрезке  $[-7,5; 0]$

2)  $y = \ln(x+6)^3 - 3x$  на отрезке  $[-5,5; 0]$

4)  $y = \ln(x+9)^5 - 5x$  на отрезке  $[-8,5; 0]$

**Задание 28.** Найдите наименьшее значение функции ...

1)  $y = 9x - \ln(x+4)^9$  на отрезке  $[-3, 5; 0]$

3)  $y = 3x - \ln(x+3)^3$  на отрезке  $[-2, 5; 0]$

2)  $y = 5x - \ln(x+8)^5$  на отрезке  $[-7, 5; 0]$

4)  $y = 9x - \ln(x+5)^9$  на отрезке  $[-4, 5; 0]$

**Задание 29.** Найдите наименьшее значение функции ...

1)  $y = e^{2x} - 2e^x + 8$  на отрезке  $[-2; 1]$

3)  $y = e^{2x} - 8e^x + 9$  на отрезке  $[0; 2]$

2)  $y = e^{2x} - 4e^x - 5$  на отрезке  $[-1; 2]$

4)  $y = e^{2x} - 6e^x - 1$  на отрезке  $[1; 2]$

V) Исследование тригонометрических функций

**Задание 30.** Найдите точку максимума функции ...

1)  $y = (2x-1) \cdot \cos x - 2\sin x + 5$ , принадлежащую промежутку  $(0; \frac{\pi}{2})$

2)  $y = (4x-6) \cdot \cos x - 4\sin x + 9$ , принадлежащую промежутку  $(0; \frac{\pi}{2})$

3)  $y = (1-2x) \cdot \cos x + 2\sin x + 7$ , принадлежащую промежутку  $(0; \frac{\pi}{2})$

4)  $y = (6-4x) \cdot \cos x + 4\sin x + 12$ , принадлежащую промежутку  $(0; \frac{\pi}{2})$

**Задание 31.** Найдите наибольшее значение функции ...

1)  $y = 43x - 40\sin x + 34$  на отрезке  $[-\frac{\pi}{2}; 0]$

5)  $y = 10\sin x - \frac{36x}{\pi} + 7$  на отрезке  $[-\frac{5\pi}{6}; 0]$

2)  $y = 59x - 56\sin x + 42$  на отрезке  $[-\frac{\pi}{2}; 0]$

6)  $y = 10\sin x - \frac{42x}{\pi} - 12$  на отрезке  $[-\frac{5\pi}{6}; 0]$

3)  $y = 85x - 83\sin x + 55$  на отрезке  $[-\frac{\pi}{2}; 0]$

7)  $y = 2\cos x - \frac{12}{\pi}x + 4$  на отрезке  $[-\frac{2\pi}{3}; 0]$

4)  $y = 33x - 30\sin x + 29$  на отрезке  $[-\frac{\pi}{2}; 0]$

8)  $y = 4\cos x - \frac{24}{\pi}x - 7$  на отрезке  $[-\frac{2\pi}{3}; 0]$

**Задание 32.** Найдите наименьшее значение функции ...

1)  $y = 18x - 10\sin x + 15$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

3)  $y = 6\sin x - 9x + 4$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

2)  $y = 8x - 2\sin x + 9$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

4)  $y = 32\sin x - 35x + 30$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

**Задание 33.** Найдите наименьшее значение функции ...

1)  $y = 4\cos x + 13x + 9$  на отрезке  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

5)  $y = 10\cos x + \frac{36x}{\pi} - 6$  на отрезке  $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$

2)  $y = 13\cos x + 17x + 21$  на отрезке  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

6)  $y = 12\cos x + \frac{45x}{\pi} - 4$  на отрезке  $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$

3)  $y = 56\cos x + 59x - 42$  на отрезке  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

7)  $y = 4\cos x + \frac{21}{\pi}x + 6$  на отрезке  $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$

4)  $y = 69\cos x + 71x - 48$  на отрезке  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

8)  $y = 8\cos x + \frac{30}{\pi}x + 19$  на отрезке  $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$

**Задание 34.** Найдите наибольшее значение функции ...

1)  $y = 20x - 20\operatorname{tg}x - 36$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$

2)  $y = 25x - 25\operatorname{tg}x + 41$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$

3)  $y = 31x - 31\operatorname{tg}x + 13$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$

5)  $y = 13\operatorname{tg}x - 13x + 4$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$

4)  $y = 32x - 32\operatorname{tg}x - 14$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$

6)  $y = 12\operatorname{tg}x - 12x - 15$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$

**Задание 35.** Найдите наименьшее значение функции ...

1)  $y = 3x - 3\operatorname{tg}x + 9$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$

3)  $y = 38x - 38\operatorname{tg}x + 20$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$

2)  $y = 7x - 7\operatorname{tg}x - 13$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$

4)  $y = 43x - 43\operatorname{tg}x - 35$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$

**Задание 36.** Найдите наибольшее значение функции ...

1)  $y = 20 \operatorname{tg} x - 20x + 5\pi - 6$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$

3)  $y = -\operatorname{tg} x + 2x - 0,5\pi + 10$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$

2)  $y = 36 \operatorname{tg} x - 36x + 9\pi - 11$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$

4)  $y = -3 \operatorname{tg} x + 6x - 1,5\pi + 12$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$

**Задание 37.** Найдите наименьшее значение функции ...

1)  $y = 10 \operatorname{tg} x - 20x + 5\pi - 3$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$

2)  $y = 14 \operatorname{tg} x - 28x + 7\pi - 2$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$