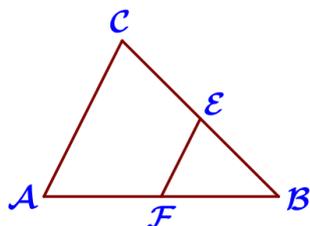


Тренировочный вариант № 01. ФИПИ.

Часть 1.

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

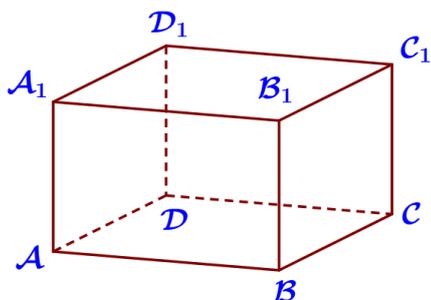


1. В треугольнике ABC EF – средняя линия. Площадь треугольника BEF равна 12. Найдите площадь треугольника ABC.

Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{a}(3; -4)$, $\vec{b}(-5; 6)$ и $\vec{c}(1; -7)$. Найдите длину вектора $\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$.

Ответ: _____.



3. В правильной четырёхугольной призме ABCDA₁B₁C₁D₁ известно, что $D_1B = 2AB$. Найдите угол между диагоналями BD_1 и CA_1 . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

4. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 13 прыгунов из Италии и 4 прыгуна из Мексики. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать первым будет выступать прыгун из Италии.

Ответ: _____.

5. В городе 45% взрослого населения мужчины. Пенсионеры составляют 15,3% взрослого населения, причем доля пенсионеров среди женщин равна 18%. Для проведения исследования социологи случайным образом выбрали взрослого мужчину, проживающего в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

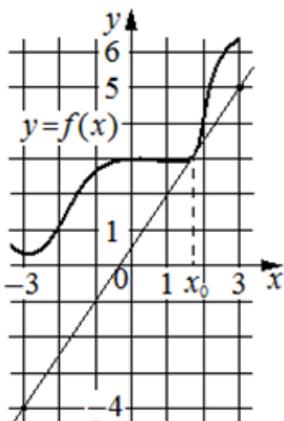
Ответ: _____.

6. Найдите корень уравнения $\sqrt{43 - 6x} = 11$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $6^{\frac{4}{7}} \cdot 36^{\frac{3}{14}}$.

Ответ: _____.



8. На рисунке изображены график дифференцируемой функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

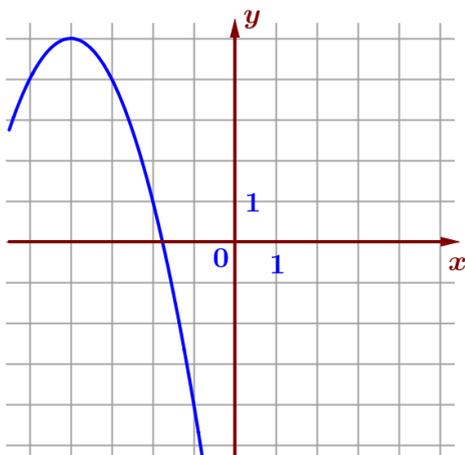
Ответ: _____.

9. При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу со скоростями u и v (в м/с) соответственно, частота звукового сигнала f (в Гц), регистрируемого приёмником, вычисляется по формуле $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$, где $f_0 = 170$ Гц – частота исходного сигнала, c – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 11$ м/с и $v = 13$ м/с – скорости приёмника и источника относительно среды. При какой скорости c распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике будет равна 180 Гц? Ответ дайте в м/с.

Ответ: _____.

10. Автомобиль, движущийся с постоянной скоростью 70 км/ч по прямому шоссе, обгоняет другой автомобиль, движущийся в ту же сторону с постоянной скоростью 33 км/ч. Каким будет расстояние (в километрах) между этими автомобилями через 12 минут после обгона?

Ответ: _____.



11. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a, b, c – целые. Найдите значение $f(-13)$.

Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = (x+4)^2 \cdot e^{1-x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\log_{36}(6^{2x} + 4\sqrt{3}\sin x - 4\cos^2 x - 5) = x$;

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

14. В основании правильной треугольной пирамиды $SABC$ лежит треугольник ABC со стороной, равной 15. Боковое ребро пирамиды равно 12. На ребре AS отмечена точка P так, что $AP:PS=3:2$. Через точку P параллельно прямым AC и BS проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.

б) Найдите площадь сечения.

15. Решите неравенство $\log_3(17x^2 + 16) - \log_3(x^2 + x + 1) \geq \log_3\left(\frac{x}{x+10} + 16\right)$.

16. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 600 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг будет возрастать на r % по сравнению с концом предыдущего года (r – целое число);

– с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

– в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

– в июле 2030 года долг должен составить 400 тыс. рублей;

– в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

– к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1740 тыс. рублей. Найдите r .

17. Диагонали равнобедренной трапеции ABCD с основаниями BC и AD перпендикулярны. Окружность с диаметром AD пересекает боковую сторону CD в точке M, а окружность с диаметром CD пересекает основание AD в точке N. Отрезки AM и CN пересекаются в точке P.

- а) Докажите, что в четырёхугольник ABCP можно вписать окружность.
б) Найдите радиус этой окружности, если $BC=2$, $AD=14$.

18. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x|-6)^2 + (y+6)^2 = 16, \\ (x-2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases} \text{ имеет единственное решение.}$$

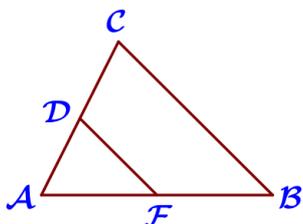
19. Из пары натуральных чисел $(a; b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(a+b; a-b)$.

- а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(50; 4)$ пару, меньшее число в которой равно 16?
б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(50; 4)$ пару $(754; 106)$?
в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a; b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(754; 106)$?

Тренировочный вариант № 02. ФИПИ.

Часть 1.

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

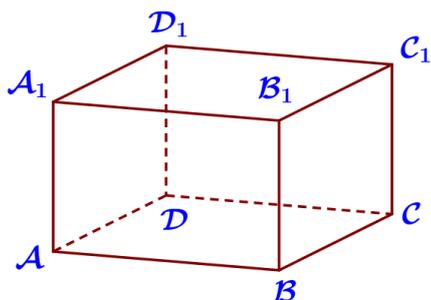


1. В треугольнике ABC DF – средняя линия. Площадь треугольника ADF равна 16. Найдите площадь треугольника ABC.

Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{a}(-6; 1)$, $\vec{b}(4; -8)$ и $\vec{c}(-1; -2)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$.

Ответ: _____.



3. В правильной четырёхугольной призме ABCDA₁B₁C₁D₁ известно, что $BD_1 = 2AD$. Найдите угол между диагоналями DB₁ и AC₁. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

4. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 3 прыгуна из Франции и 11 прыгунов из Колумбии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двенадцатым будет выступать прыгун из Колумбии.

Ответ: _____.

5. В городе 48% взрослого населения мужчины. Пенсионеры составляют 17,6% взрослого населения, причем доля пенсионеров среди женщин равна 20%. Для проведения исследования социологи случайным образом выбрали взрослого мужчину, проживающего в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

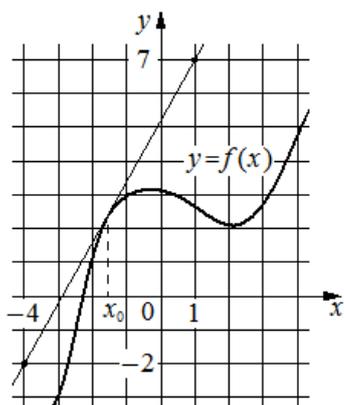
Ответ: _____.

6. Найдите корень уравнения $\sqrt{59 - 5x} = 12$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $5^{\frac{8}{9}} \cdot 25^{\frac{1}{18}}$.

Ответ: _____.



8. На рисунке изображены график дифференцируемой функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

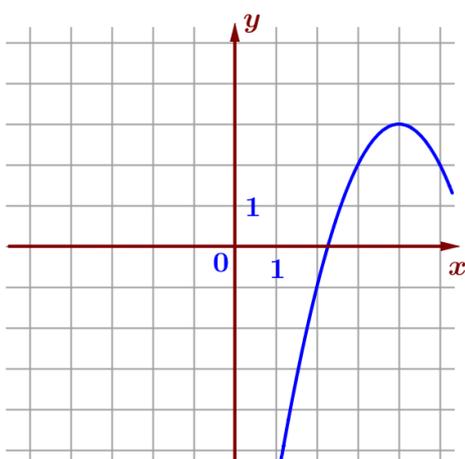
Ответ: _____.

9. При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу со скоростями u и v (в м/с) соответственно, частота звукового сигнала f (в Гц), регистрируемого приёмником, вычисляется по формуле $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$, где $f_0 = 120$ Гц – частота исходного сигнала, c – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 17$ м/с и $v = 12$ м/с – скорости приёмника и источника относительно среды. При какой скорости c распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике будет равна 130 Гц? Ответ дайте в м/с.

Ответ: _____.

10. Автомобиль, движущийся с постоянной скоростью 70 км/ч по прямому шоссе, обгоняет другой автомобиль, движущийся в ту же сторону с постоянной скоростью 45 км/ч. Каким будет расстояние (в километрах) между этими автомобилями через 18 минут после обгона?

Ответ: _____.



11. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a, b, c – целые. Найдите значение $f(13)$.

Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = (x+3)^2 \cdot e^{4-x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2.

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\log_{49}(7^{2x} - 5\sqrt{2}\cos x - 6\sin^2 x - 2) = x$;

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14. В основании правильной треугольной пирамиды $SABC$ лежит треугольник ABC со стороной, равной 9. Боковое ребро пирамиды равно 8. На ребре AS отмечена точка P так, что $AP:PS=3:1$. Через точку P параллельно прямым AC и BS проведена плоскость.

а) Докажите, что плоскость сечения делит отрезок BC в отношении 1:3 считая от вершины B .

б) Найдите площадь сечения.

15. Решите неравенство $\log_7(11x^2 + 10) - \log_7(x^2 + x + 1) \geq \log_7\left(\frac{x}{x+8} + 10\right)$.

16. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 700 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг будет возрастать на r % по сравнению с концом предыдущего года (r – целое число);

– с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

– в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

– в июле 2030 года долг должен составить 300 тыс. рублей;

– в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

– к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1420 тыс. рублей. Найдите r .

17. Диагонали равнобедренной трапеции $KLMN$ с основаниями LM и KN перпендикулярны. Окружность с диаметром KN пересекает боковую сторону MN в точке T , а окружность с диаметром LM пересекает основание KN в точке H . Отрезки KT и MH пересекаются в точке P .

- а) Докажите, что в четырёхугольник $KLMP$ можно вписать окружность.
б) Найдите радиус этой окружности, если $LM=4$, $KN=28$.

18. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-4)^2 + (|y|-4)^2 = 4, \\ x^2 + (y-1)^2 = a^2 \end{cases} \text{ имеет единственное решение.}$$

19. Из пары натуральных чисел $(a; b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(2a+2b; 2a-2b)$.

- а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(10; 1)$ пару, меньшее число в которой равно 144?
б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(10; 1)$ пару $(560; 480)$?
в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a; b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(560; 480)$?