

Тренировочный вариант № 15. ФИПИ.

Часть 1.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Две подруги Аня и Лена задумались о том, как рассчитать площадь поверхности зонта.

На первый взгляд зонт кажется круглым, а его купол напоминает часть сферы (сферический сегмент). Но если присмотреться, то видно, что купол зонта состоит из восьми отдельных клиньев, натянутых на каркас из восьми спиц (рис. 1).

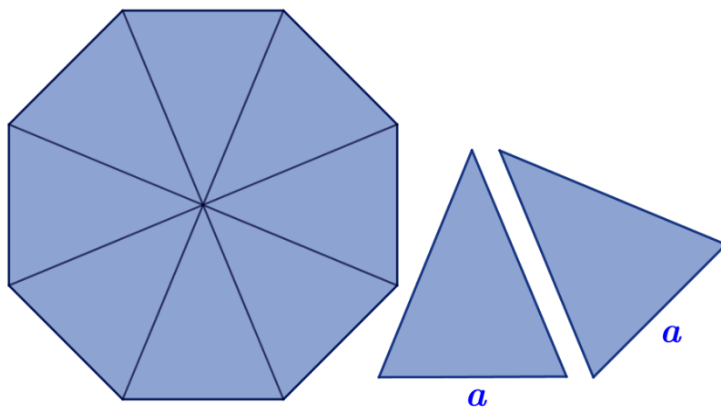


Рис. 1

Сферическая форма в раскрытом состоянии достигается за счёт гибкости спиц и эластичности ткани, из которой изготовлен зонт.

Аня и Лена сумели измерить расстояние между концами соседних спиц a . Оно оказалось равно 37 см. Высота купола зонта h (рис. 2) оказалась равна 26 см, а расстояние d между концами спиц, образующих дугу окружности, проходящей через вершину зонта, – равно 104 см.

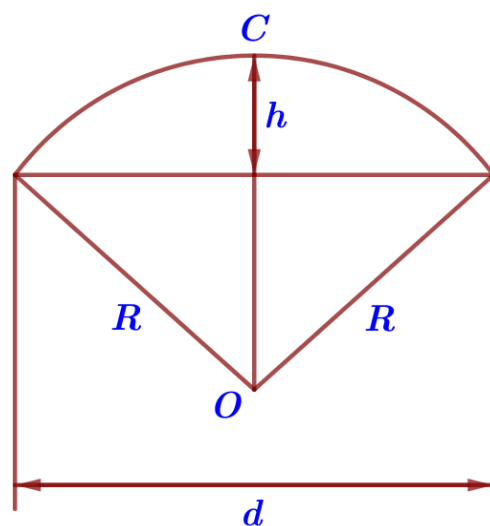


Рис. 2

1. Длина зонта в сложенном виде равна 26 см и складывается из длины ручки (рис. 3) и трети длины спицы (зонт в три сложения). Найдите длину спицы, если длина ручки зонта равна 6,5 см.

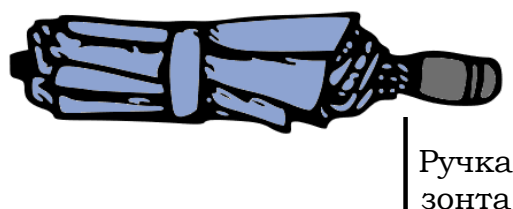


Рис. 3

Ответ: _____.

2. Поскольку зонт сшит из треугольников, рассуждала Аня, площадь его поверхности можно найти как сумму площадей треугольников. Вычислите площадь поверхности зонта методом Ани, если высота каждого равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, равна 56,4 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах с округлением до десятков.

Ответ: _____.

3. Лена предположила, что купол зонта имеет форму сферического сегмента. Вычислите радиус R сферы купола, зная, что $OC = R$ (рис. 2). Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____.

4. Лена нашла площадь купола зонта как площадь поверхности сферического сегмента по формуле $S = 2\pi R h$, где R – радиус сферы, а h – высота сегмента. Рассчитайте площадь поверхности купола способом Лены. Число π округлите до 3,14. Ответ дайте в квадратных сантиметрах с округлением до целого.

Ответ: _____.

5. Рулон ткани имеет длину 22 м и ширину 160 см. На фабрике из этого рулона были вырезаны треугольные клинья для 34 зонтов, таких же, как зонт, который был у Ани и Лены. Каждый треугольник с учётом припуска на швы имеет площадь 1100 кв. см. Оставшаяся ткань пошла в обрезки. Сколько процентов ткани рулона пошло в обрезки?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $(6 \cdot 10^3)^2 \cdot (13 \cdot 10^{-7})$ Ответ: _____.

7. На координатной прямой отмечены числа x , y и z . Какая из разностей $z - x$, $y - z$, $x - y$ отрицательна? В ответе укажите номер верного варианта.



- 1) $z - x$ 2) $y - z$ 3) $x - y$ 4) невозможно определить

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{5}{6} \sqrt{48} \cdot \sqrt{3}$.

Ответ: _____.

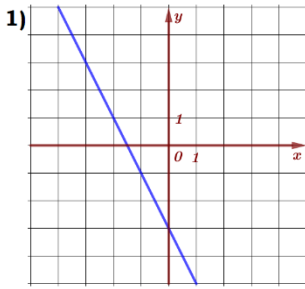
9. Найдите корень уравнения $x^2 - 169 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

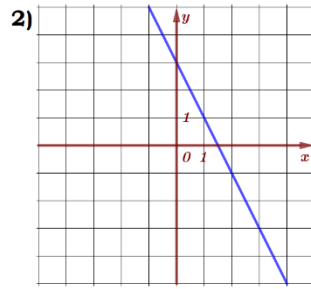
10. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Площадь», равна 0,15. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Окружность», равна 0,33. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

Ответ: _____.

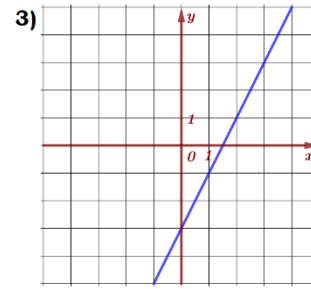
11. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



A) $y = -2x + 3$



Б) $y = 2x - 3$



В) $y = -2x - 3$

Ответ:

| | | |
|---|---|---|
| А | Б | В |
| | | |

 В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

12. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin a}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, a – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 7$, $\sin a = \frac{11}{12}$, а $S = 57,75$.

Ответ: _____.

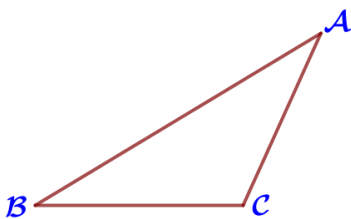
13. Укажите неравенство, которое **не имеет** решений:

- 1) $x^2 - 7x + 81 < 0$ 2) $x^2 - 7x - 81 < 0$ 3) $x^2 - 7x + 81 > 0$ 4) $x^2 - 7x - 81 > 0$

Ответ: _____.

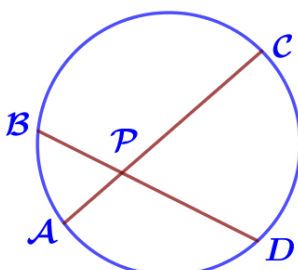
14. При проведении химического опыта реагент равномерно охлаждали на $7,2^\circ\text{C}$ в минуту. Найдите температуру реагента (в градусах Цельсия) спустя 6 минут после начала проведения опыта, если начальная температура составляла $-8,4^\circ\text{C}$.

Ответ: _____.



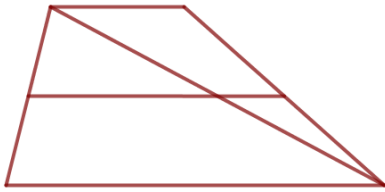
15. В треугольнике ABC известно, что $AB = 15$, $BC = 9$, $\sin \angle ABC = \frac{3}{5}$. Найдите площадь треугольника ABC.

Ответ: _____.



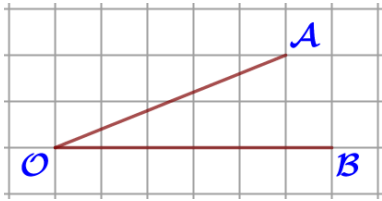
16. Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P, $BP = 9$, $CP = 18$, $DP = 16$. Найдите AP.

Ответ: _____.



17. Основания трапеции равны 6 и 17. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

Ответ: _____.



18. Найдите тангенс угла АОВ, изображенного на рисунке.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
- 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 3) Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Часть 2.

20. Решите уравнение $(x-3)^3 = 49(x-3)$.

21. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 68 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 4 км/ч, за 27 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

22. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & \text{если } x \geq -1, \\ -\frac{4}{x}, & \text{если } x < -1, \end{cases}$ и определите,

при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком одну или две общие точки.

23. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если $MN = 22$, $AC = 55$, $NC = 36$.

24. В выпуклом четырёхугольнике ABCD углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.

25. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что $BK:KM = 2:7$. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырёхугольника KPCM.

Тренировочный вариант № 16. ФИПИ.

Часть 1.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Два брата Даниил и Артём задумались о том, как рассчитать площадь поверхности зонта.

На первый взгляд зонт кажется круглым, а его купол напоминает часть сферы (сферический сегмент). Но если присмотреться, то видно, что купол зонта состоит из двенадцати отдельных клиньев, натянутых на каркас из двенадцати спиц (рис. 1).

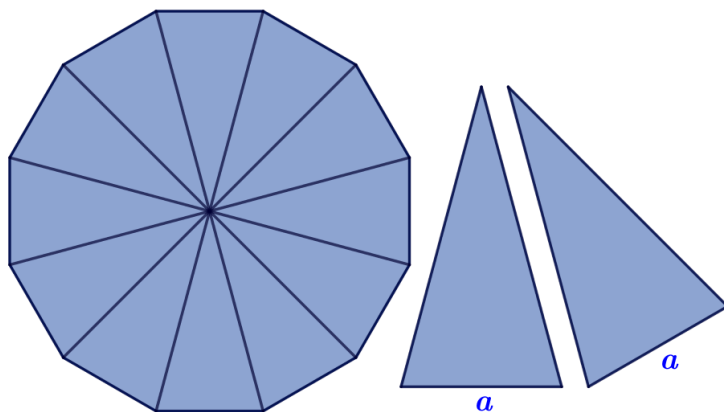


Рис. 1

Сферическая форма в раскрытом состоянии достигается за счёт гибкости спиц и эластичности ткани, из которой изготовлен зонт.

Даниил и Артём сумели измерить расстояние между концами соседних спиц a . Оно оказалось равно 27 см. Высота купола зонта h (рис. 2) оказалась равна 28 см, а расстояние d между концами спиц, образующих дугу окружности, проходящей через вершину зонта, – равно 112 см.

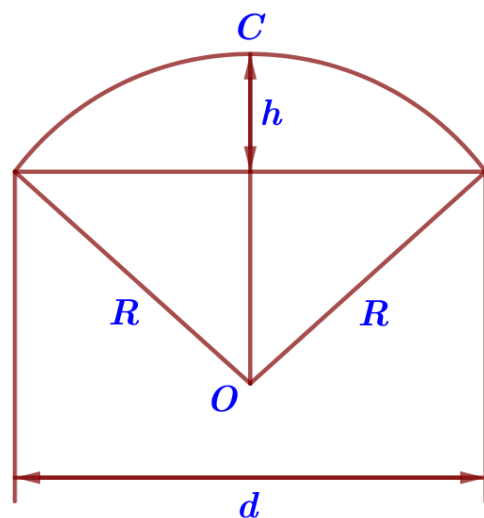


Рис. 2

1. Длина зонта в сложенном виде равна 27 см и складывается из длины ручки (рис. 3) и трети длины спицы (зонт в три сложения). Найдите длину спицы, если длина ручки зонта равна 6,6 см.

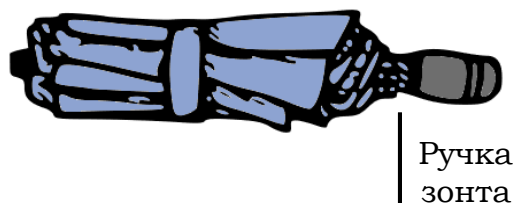


Рис. 3

Ответ: _____.

2. Поскольку зонт шит из треугольников, рассуждал Даниил, площадь его поверхности можно найти как сумму площадей треугольников. Вычислите площадь поверхности зонта методом Даниила, если высота каждого равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, равна 58,8 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах с округлением до десятков.

Ответ: _____.

3. Артём предположил, что купол зонта имеет форму сферического сегмента. Вычислите радиус R сферы купола, зная, что $OC = R$ (рис. 2). Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____.

4. Артём нашёл площадь купола зонта как площадь поверхности сферического сегмента по формуле $S = 2\pi Rh$, где R – радиус сферы, а h – высота сегмента. Рассчитайте площадь поверхности купола способом Артёма. Число π округлите до 3,14. Ответ дайте в квадратных сантиметрах с округлением до целого.

Ответ: _____.

5. Рулон ткани имеет длину 24 м и ширину 150 см. На фабрике из этого рулона были вырезаны треугольные клинья для 29 зонтов, таких же, как зонт, который был у Даниила и Артёма. Каждый треугольник с учётом припуска на швы имеет площадь 900 кв. см. Оставшаяся ткань пошла в обрезки. Сколько процентов ткани рулона пошло в обрезки?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $(8 \cdot 10^3)^2 \cdot (12 \cdot 10^{-7})$ Ответ: _____.

7. На координатной прямой отмечены числа p , q и r . Какая из разностей $p-r$, $q-p$, $q-r$ положительна? В ответе укажите номер верного варианта.



- 1) $p-r$ 2) $q-p$ 3) $q-r$ 4) невозможно определить

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{6}{7}\sqrt{28} \cdot \sqrt{7}$.

Ответ: _____.

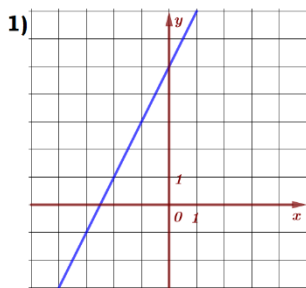
9. Найдите корень уравнения $x^2 - 225 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

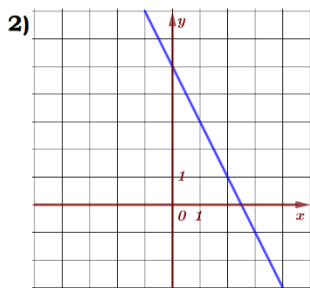
10. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Параллелограмм», равна 0,45. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Треугольники», равна 0,12. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

Ответ: _____.

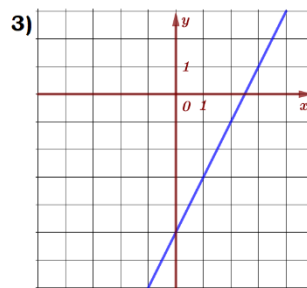
11. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



A) $y = 2x + 5$



Б) $y = -2x + 5$



В) $y = 2x - 5$

Ответ:

| | | |
|---|---|---|
| А | Б | В |
| | | |

 В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

12. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin a}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, a – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 15$, $\sin a = \frac{3}{8}$, а $S = 56,25$.

Ответ: _____.

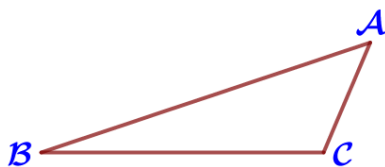
13. Укажите неравенство, которое **не имеет** решений:

- 1) $x^2 + 5x - 57 > 0$ 2) $x^2 + 5x + 57 < 0$ 3) $x^2 + 5x + 57 > 0$ 4) $x^2 + 5x - 57 < 0$

Ответ: _____.

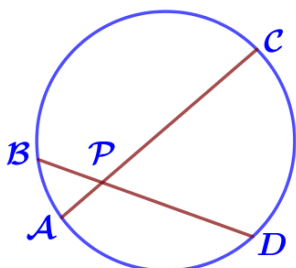
14. При проведении химического опыта реагент равномерно охлаждали на $5,8^\circ\text{C}$ в минуту. Найдите температуру реагента (в градусах Цельсия) спустя 5 минут после начала проведения опыта, если начальная температура составляла $+2,3^\circ\text{C}$.

Ответ: _____.



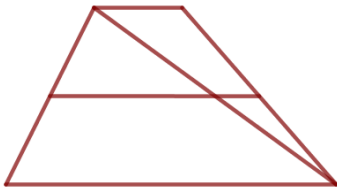
15. В треугольнике ABC известно, что $AB = 15$, $BC = 14$, $\sin \angle ABC = \frac{3}{10}$. Найдите площадь треугольника ABC.

Ответ: _____.



16. Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P, $BP = 8$, $CP = 24$, $DP = 21$. Найдите AP.

Ответ: _____.



17. Основания трапеции равны 4 и 15. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

Ответ: _____.



18. Найдите тангенс угла AOB, изображенного на рисунке.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Все высоты равностороннего треугольника равны.
- 2) Существуют три прямые, которые проходят через одну точку.
- 3) Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Часть 2.

20. Решите уравнение $(x+6)^3 = 25(x+6)$.

21. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 91 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 3 км/ч, за 18 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

22. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ -\frac{2}{x}, & \text{если } x < -2, \end{cases}$ и определите,

при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком одну или две общие точки.

23. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN, если $MN = 15, AC = 25, NC = 22$.

24. В выпуклом четырёхугольнике ABCD углы ABD и ACD равны. Докажите, что углы DAC и DBC также равны.

25. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что $BK : KM = 8 : 1$. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P. Найдите отношение площади четырёхугольника KPCM к площади треугольника ABK.