

08. Числа, вычисления и алгебраические выражения

Таблица квадратов

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Иррациональные числа и выражения

Рациональные числа – числа, которые можно представить в виде дроби $\frac{m}{n}$ ($n \neq 0$), где m – целое число, а n – натуральное число (целые числа + дроби).

Примеры: $\frac{2}{7}$; -9 ; 0 ; $0,11$; 3 ; $-8\frac{1}{4}$...

Иррациональные числа – числа, которые не являются рациональными.

Примеры: $\sqrt{2}$; $-\sqrt{6}$; $\sqrt{14}-11$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$; π ; $-\frac{7+\sqrt{5}}{2}$...

Сравнение:

1) 8 и $3\sqrt{7}$

$\sqrt{64} > \sqrt{9}\sqrt{7}$

$\sqrt{64} > \sqrt{63} \Rightarrow 8 > 3\sqrt{7}$

Сложение и вычитание:

2) $\sqrt{11} + \sqrt{11} = 2\sqrt{11}$

3) $6\sqrt{7} - \sqrt{7} = 5\sqrt{7}$

4) $2\sqrt{a} - \sqrt{b} - 4\sqrt{b} + 13\sqrt{a} = 15\sqrt{a} - 5\sqrt{b}$

Умножение и деление (свойства):

5) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a, a \geq 0$ $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$

6) $\sqrt{a^2} = |a|$ $\sqrt{(-10)^2} = |-10| = 10$ $\sqrt{(3\sqrt{7}-8)^2} = |3\sqrt{7}-8| = 8-3\sqrt{7}$

7) $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

$\sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ $7\sqrt{2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{98}$

8) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{48}{3}} = \sqrt{16} = 4$

Формулы сокращенного умножения (ФСУ):

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \quad a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

$$9) (2\sqrt{3} - \sqrt{5})(2\sqrt{3} + \sqrt{5}) = (2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2 = 4 \cdot 3 - 5 = 7$$

$$10) (5 - 2\sqrt{6})^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 2\sqrt{6} + (2\sqrt{6})^2 = 25 - 20\sqrt{6} + 4 \cdot 6 = 49 - 20\sqrt{6}$$

Иррациональность в знаменателе:

$$11) \frac{2^{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$12) \frac{1}{4 - \sqrt{5}} \stackrel{(4 + \sqrt{5})}{=} \frac{4 + \sqrt{5}}{(4 - \sqrt{5})(4 + \sqrt{5})} = \frac{4 + \sqrt{5}}{4^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{4 + \sqrt{5}}{16 - 5} = \frac{4 + \sqrt{5}}{11}$$

Свойства степеней:

$$\underline{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$$

$$\underline{\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}$$

$$\underline{(a^m)^n = a^{m \cdot n}}$$

$$13) 5 \cdot 5^2 = 5^3 = 125$$

$$15) \frac{6^7}{6^4} = 6^{7-4} = 6^3 = 216$$

$$17) (2^{-2})^4 = 2^{-8} = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{256}$$

$$14) 8^5 \cdot 8^{-3} = 8^2 = 64$$

$$16) \frac{2^{-5}}{2^{-12}} = 2^{-5 - (-12)} = 2^7 = 128$$

$$18) 9^3 = (3^2)^3 = 3^6 = 729$$

$$\underline{(ab)^n = a^n \cdot b^n}$$

$$\underline{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$$

$$19) (2\sqrt{3})^2 = 2^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$20) 35^6 = (5 \cdot 7)^6 = 5^6 \cdot 7^6$$

$$21) \left(\frac{4}{9}\right)^3 = \frac{4^3}{9^3} = \frac{64}{729}$$

$$\underline{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

$$\underline{\frac{1}{a^{-n}} = a^n}$$

$$22) 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$23) \frac{1}{3^{-2}} = 3^2 = 9$$

$$24) \frac{2^{-3}}{3^{-4}} = \frac{3^4}{2^3} = \frac{81}{8} = 10\frac{1}{8}$$