

16. Вычисления и преобразования

Блок 1. ФИПИ (www.fipi.ru)

1) Действия со степенями

Задание 1. Найдите значение выражения.

- | | | | | |
|--|--|----------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| 1) $\frac{14^9}{2^7 \cdot 7^8}$; | 6) $\frac{3^7 \cdot 4^6}{12^6}$; | 11) $\frac{8^5}{2^8} : 4^2$; | 16) $\frac{4^3}{2^5}$; | 21) $(0,1)^2 \cdot 10^3 \cdot 2^2$; |
| 2) $\frac{12^8}{3^7 \cdot 4^6}$; | 7) $\frac{2^{11} \cdot 6^{10}}{12^9}$; | 12) $\frac{9^8}{3^9} : 27^2$; | 17) $\frac{3^{10}}{27^3}$; | 22) $(0,1)^3 \cdot 10^4 \cdot 2^3$; |
| 3) $\frac{21^6}{3^4 \cdot 7^5}$; | 8) $\frac{3^4 \cdot 5^5}{15^4}$; | 13) $\frac{2^{12}}{4^2} : 8^2$; | 18) $\frac{8^{13}}{64^6}$; | 23) $(0,1)^2 \cdot 10^4 \cdot 3^2$; |
| 4) $\frac{6^{12}}{2^9 \cdot 3^{11}}$; | 9) $\frac{5^{14} \cdot 2^{16}}{10^{13}}$; | 14) $\frac{27^4}{3^6} : 9^2$; | 19) $\frac{25^4}{5^6}$; | 24) $(0,1)^4 \cdot 10^3 \cdot 3^3$; |
| 5) $\frac{15^7}{3^5 \cdot 5^6}$; | 10) $\frac{8^{10} \cdot 3^{11}}{24^9}$; | 15) $\frac{8^2}{2^2} : 2^4$; | 20) $\frac{4^8}{2^{12}}$; | 25) $(0,1)^3 \cdot 10^2 \cdot 4^2$. |

Задание 2. Найдите значение выражения.

- | | | |
|----------------------------------|--|---|
| 1) $2 \cdot 3^3 + 4 \cdot 3^2$; | 7) $4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1$; | 13) $4,6 \cdot 10^3 + 2,4 \cdot 10^2$; |
| 2) $4 \cdot 2^4 + 3 \cdot 2^3$; | 8) $7 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1$; | 14) $9,4 \cdot 10^2 + 5,4 \cdot 10^3$; |
| 3) $2 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2$; | 9) $9 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1$; | 15) $7,8 \cdot 10^3 + 2,1 \cdot 10^2$; |
| 4) $2 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^2$; | 10) $4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1$; | 16) $4,6 \cdot 10^2 + 3,8 \cdot 10^3$; |
| 5) $4 \cdot 2^4 + 3 \cdot 2^4$; | 11) $2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1$; | 17) $8,3 \cdot 10^3 + 8,2 \cdot 10^2$; |
| 6) $2 \cdot 7^3 + 6 \cdot 7^2$; | 12) $3 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1$; | 18) $9,5 \cdot 10^2 + 6,7 \cdot 10^3$. |

Задание 3. Найдите значение выражения.

- | | | |
|-------------------------------------|---|-------------------------------------|
| 1) $39 \cdot 10 - 1,5 \cdot 10^2$; | 6) $6 \cdot (-1)^6 + 2 \cdot (-1)^3$; | 11) $(-10)^4 + (-10)^3 + (-10)^0$; |
| 2) $38 \cdot 10 - 1,3 \cdot 10^2$; | 7) $3 \cdot (-1)^4 + 5 \cdot (-1)^6$; | 12) $(-10)^4 + (-10)^2 + (-10)^1$; |
| 3) $45 \cdot 10 - 1,2 \cdot 10^2$; | 8) $2 \cdot (-1)^3 + 5 \cdot (-1)^4$; | 13) $(-10)^5 + (-10)^1 + (-10)^0$; |
| 4) $57 \cdot 10 - 2,2 \cdot 10^2$; | 9) $4 \cdot (-1)^5 + 7 \cdot (-1)^7$; | 14) $(-10)^5 + (-10)^4 + (-10)^1$; |
| 5) $49 \cdot 10 - 2,1 \cdot 10^2$; | 10) $5 \cdot (-1)^8 + 6 \cdot (-1)^3$; | 15) $(-10)^4 + (-10)^3 + (-10)^1$. |

Задание 4. Найдите значение выражения.

- | | | | |
|--|--|-------------------------------------|---|
| 1) $\frac{7^9}{7^{10} \cdot 7^{-3}}$; | 4) $\frac{5^5}{5^4 \cdot 5^{-1}}$; | 7) $\frac{3^{-5} \cdot 3^9}{3^2}$; | 10) $\frac{2^{-8} \cdot 2^9}{2^{-2}}$; |
| 2) $\frac{4^3}{4^5 \cdot 4^{-4}}$; | 5) $\frac{2^5}{2^3 \cdot 2^{-1}}$; | 8) $\frac{7^{-3} \cdot 7^9}{7^4}$; | 11) $\frac{5^{-6} \cdot 5^3}{5^{-5}}$; |
| 3) $\frac{6^5}{6^6 \cdot 6^{-3}}$; | 6) $\frac{12^4}{12^5 \cdot 12^{-2}}$; | 9) $\frac{6^{-3} \cdot 6^7}{6^2}$; | 12) $\frac{4^{-7} \cdot 4^5}{4^{-4}}$. |

Задание 5. Найдите значение выражения.

- | | | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|---|---|
| 1) $\frac{(9^{-3})^2}{9^{-8}}$; | 6) $\frac{6^{-4}}{(6^3)^{-2}}$; | 11) $7^3 \cdot \frac{7^{-4}}{7^{-1}}$; | 16) $6^{-4} \cdot \frac{6^3}{6^{-2}}$; |
| 2) $\frac{(2^{-4})^2}{2^{-12}}$; | 7) $\frac{4^{-10}}{(4^4)^{-3}}$; | 12) $2^6 \cdot \frac{2^{-2}}{2^2}$; | 17) $4^{-2} \cdot \frac{4^3}{4^{-1}}$; |
| 3) $\frac{(5^{-4})^2}{5^{-10}}$; | 8) $\frac{7^{-4}}{(7^2)^{-3}}$; | 13) $6^{-3} \cdot \frac{6^8}{6^4}$; | 18) $3^{-4} \cdot \frac{3^3}{3^{-3}}$; |
| 4) $\frac{(3^{-3})^2}{3^{-9}}$; | 9) $\frac{3^{-13}}{(3^5)^{-3}}$; | 14) $5^{-2} \cdot \frac{5^7}{5^3}$; | 19) $7^{-3} \cdot \frac{7^4}{7^{-1}}$; |
| 5) $\frac{(4^{-4})^2}{4^{-11}}$; | 10) $\frac{8^{-10}}{(8^{-6})^2}$; | 15) $3^{-2} \cdot \frac{3^6}{3^2}$; | 20) $4^{-3} \cdot \frac{4^2}{4^{-4}}$. |

Задание 6. Найдите значение выражения.

- | | | |
|--|--|--|
| 1) $\frac{(0,1)^3}{10^{-2}} \cdot 10^2$; | 3) $\frac{(0,1)^2}{10^{-3}} \cdot 10^2$; | 5) $\frac{(0,1)^2}{10^{-1}} \cdot 10^3$; |
| 2) $\frac{(0,01)^2}{10^{-1}} \cdot 10^3$; | 4) $\frac{(0,01)^2}{10^{-2}} \cdot 10^4$; | 6) $\frac{(0,01)^2}{10^{-3}} \cdot 10^2$. |

Задание 7. Найдите значение выражения.

- | | |
|--|---|
| 1) $4 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-1}$; | 6) $6,6 \cdot 10^{-1} + 8,6 \cdot 10^{-2}$; |
| 2) $4 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2}$; | 7) $7,6 \cdot 10^{-2} + 5,4 \cdot 10^{-1}$; |
| 3) $2 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-3}$; | 8) $5,7 \cdot 10^{-1} + 6,3 \cdot 10^{-2}$; |
| 4) $7 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-2}$; | 9) $9,1 \cdot 10^{-2} + 4,8 \cdot 10^{-1}$. |
| 5) $2 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-1}$; | 10) $8,3 \cdot 10^{-1} + 7,1 \cdot 10^{-2}$. |

Задание 8. Найдите значение выражения.

$$\begin{array}{llll}
 1) \frac{2,7 \cdot 10^2}{9 \cdot 10^{-2}}; & 3) \frac{1,2 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-1}}; & 5) \frac{0,9 \cdot 10^2}{3 \cdot 10^{-1}}; & 7) \frac{1,6 \cdot 10^2}{8 \cdot 10^{-1}}; \\
 2) \frac{1,6 \cdot 10^2}{4 \cdot 10^{-2}}; & 4) \frac{4,5 \cdot 10^3}{9 \cdot 10^{-1}}; & 6) \frac{2,1 \cdot 10^2}{7 \cdot 10^{-1}}; & 8) \frac{3,5 \cdot 10}{5 \cdot 10^{-2}}.
 \end{array}$$

Задание 9. Найдите значение выражения.

$$\begin{array}{lll}
 1) (0,01)^2 \cdot 10^4 : 3^{-2}; & 6) (2 \cdot 10^3) \cdot (3,1 \cdot 10^{-4}); & 11) (2,8 \cdot 10^3) : (1,4 \cdot 10^{-1}); \\
 2) (0,01)^2 \cdot 10^5 : 4^{-2}; & 7) (3 \cdot 10^2) \cdot (1,8 \cdot 10^{-3}); & 12) (5,2 \cdot 10^2) : (1,3 \cdot 10^{-2}); \\
 3) (0,1)^2 \cdot 10^4 : 2^{-3}; & 8) (6 \cdot 10^{-1}) \cdot (1,5 \cdot 10^4); & 13) (7,5 \cdot 10^2) : (1,5 \cdot 10^{-2}); \\
 4) (0,1)^5 \cdot 10^3 : 7^{-2}; & 9) (5 \cdot 10^5) \cdot (1,7 \cdot 10^{-3}); & 14) (5,7 \cdot 10^3) : (1,9 \cdot 10^{-2}); \\
 5) (0,1)^4 \cdot 10^3 : 5^{-2}; & 10) (4 \cdot 10^{-6}) \cdot (1,4 \cdot 10^5); & 15) (7,2 \cdot 10^2) : (1,2 \cdot 10^{-3}).
 \end{array}$$

II) Преобразование иррациональных выражений

Задание 10. Найдите значение выражения.

$$\begin{array}{lll}
 1) \sqrt{63} \cdot \sqrt{7}; & 6) \sqrt{1,6} \cdot \sqrt{40}; & 11) \frac{\sqrt{180}}{\sqrt{5}}; \\
 2) \sqrt{75} \cdot \sqrt{3}; & 7) \sqrt{10} \cdot \sqrt{4,9}; & 12) \frac{\sqrt{162}}{\sqrt{2}}; \\
 3) \sqrt{44} \cdot \sqrt{11}; & 8) \sqrt{20} \cdot \sqrt{1,8}; & 13) \frac{\sqrt{175}}{\sqrt{7}}; \\
 4) \sqrt{24} \cdot \sqrt{6}; & 9) \sqrt{1,4} \cdot \sqrt{35}; & 14) \frac{\sqrt{128}}{\sqrt{2}}; \\
 5) \sqrt{28} \cdot \sqrt{7}; & 10) \sqrt{1,2} \cdot \sqrt{30}; & 15) \frac{\sqrt{392}}{\sqrt{8}}.
 \end{array}$$

Задание 11. Найдите значение выражения.

$$\begin{array}{llll}
 1) \frac{7\sqrt{50}}{\sqrt{2}}; & 3) \frac{4\sqrt{48}}{\sqrt{3}}; & 5) \frac{\sqrt{252}}{2\sqrt{7}}; & 7) \frac{\sqrt{275}}{10\sqrt{11}}; \\
 2) \frac{8\sqrt{80}}{\sqrt{5}}; & 4) \frac{6\sqrt{112}}{\sqrt{7}}; & 6) \frac{\sqrt{288}}{3\sqrt{8}}; & 8) \frac{\sqrt{245}}{14\sqrt{5}}.
 \end{array}$$

Задание 12. Найдите значение выражения.

- | | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| 1) $\frac{(6\sqrt{2})^2}{24}$; | 3) $\frac{(4\sqrt{5})^2}{20}$; | 5) $\frac{39}{(2\sqrt{13})^2}$; | 7) $\frac{36}{(2\sqrt{6})^2}$; |
| 2) $\frac{(8\sqrt{3})^2}{48}$; | 4) $\frac{(8\sqrt{2})^2}{16}$; | 6) $\frac{18}{(3\sqrt{5})^2}$; | 8) $\frac{64}{(4\sqrt{5})^2}$. |

Задание 13. Найдите значение выражения.

- | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|--|---|
| 1) $\sqrt{5^2 \cdot 3^2}$; | 4) $\sqrt{4^2 \cdot 3^4}$; | 7) $\frac{4}{5}\sqrt{5} \cdot \sqrt{45}$; | 10) $\frac{9}{4}\sqrt{98} \cdot \sqrt{8}$; |
| 2) $\sqrt{2^6 \cdot 7^2}$; | 5) $\sqrt{6^2 \cdot 5^4}$; | 8) $\frac{5}{3}\sqrt{75} \cdot \sqrt{3}$; | 11) $\frac{4}{3}\sqrt{6} \cdot \sqrt{54}$; |
| 3) $\sqrt{5^4 \cdot 7^2}$; | 6) $\sqrt{2^2 \cdot 3^8}$; | 9) $\frac{2}{7}\sqrt{7} \cdot \sqrt{63}$; | 12) $\frac{7}{4}\sqrt{24} \cdot \sqrt{6}$. |

Задание 14. Найдите значение выражения.

- | | | |
|--|---|---|
| 1) $(\sqrt{12} - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}$; | 6) $(\sqrt{11} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{11} + \sqrt{3})$; | 11) $(\sqrt{22} - 1) \cdot (\sqrt{22} + 1)$; |
| 2) $(\sqrt{63} - \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7}$; | 7) $(\sqrt{13} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{13} + \sqrt{2})$; | 12) $(\sqrt{18} - 3) \cdot (\sqrt{18} + 3)$; |
| 3) $(\sqrt{18} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}$; | 8) $(\sqrt{15} - \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{5})$; | 13) $(\sqrt{13} - 1) \cdot (\sqrt{13} + 1)$; |
| 4) $(\sqrt{24} - \sqrt{6}) \cdot \sqrt{6}$; | 9) $(\sqrt{17} - \sqrt{6}) \cdot (\sqrt{17} + \sqrt{6})$; | 14) $(\sqrt{17} - 3) \cdot (\sqrt{17} + 3)$; |
| 5) $(\sqrt{45} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}$; | 10) $(\sqrt{23} - \sqrt{7}) \cdot (\sqrt{23} + \sqrt{7})$; | 15) $(\sqrt{19} - 2) \cdot (\sqrt{19} + 2)$. |

Задание 15. Найдите значение выражения.

- | | | |
|--|--|--|
| 1) $(2\sqrt{5} + \sqrt{14}) \cdot (2\sqrt{5} - \sqrt{14})$; | 3) $(4\sqrt{2} + \sqrt{17}) \cdot (4\sqrt{2} - \sqrt{17})$; | 5) $(3\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (3\sqrt{3} + \sqrt{2})$; |
| 2) $(3\sqrt{2} + \sqrt{5}) \cdot (3\sqrt{2} - \sqrt{5})$; | 4) $(2\sqrt{5} - \sqrt{11}) \cdot (2\sqrt{5} + \sqrt{11})$; | 6) $(4\sqrt{3} - \sqrt{7}) \cdot (4\sqrt{3} + \sqrt{7})$. |

III) Преобразование логарифмических выражений

Задание 16. Найдите значение выражения.

- | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) $\log_3 1,8 + \log_3 5$; | 3) $\log_6 0,8 + \log_6 45$; | 5) $\log_7 1,4 + \log_7 35$; |
| 2) $\log_5 2,5 + \log_5 50$; | 4) $\log_2 6,4 + \log_2 5$; | 6) $\log_3 0,9 + \log_3 30$. |

Задание 17. Найдите значение выражения.

- 1) $\log_2 224 - \log_2 7$; 3) $\log_4 512 - \log_4 2$; 5) $\log_5 375 - \log_5 3$;
 2) $\log_6 432 - \log_6 12$; 4) $\log_3 351 - \log_3 13$; 6) $\log_7 245 - \log_7 5$.

Задание 18. Найдите значение выражения.

- 1) $\log_2(\log_3 81)$; 7) $\log_2(\log_3 9 + 6)$; 13) $\frac{\log_5(11^{15})}{3\log_5 11}$; 19) $\log_{\sqrt{4}} 8$;
 2) $\log_2(\log_7 49)$; 8) $\log_5(\log_5 25 + 3)$; 14) $\frac{\log_9(13^{16})}{4\log_9 13}$; 20) $\log_{\sqrt{25}} 125$;
 3) $\log_3(\log_3 27)$; 9) $\log_3(\log_2 64 + 3)$; 15) $\frac{\log_7(11^6)}{3\log_7 11}$; 21) $\log_{\sqrt{9}} 243$;
 4) $\log_2(\log_5 25)$; 10) $\log_2(\log_2 4 + 14)$; 16) $\frac{\log_3(5^2)}{2\log_3 5}$; 22) $\log_{\sqrt{3}} 9$;
 5) $\log_3(\log_2 512)$; 11) $\log_5(\log_7 7 + 4)$; 17) $\frac{\log_5(9^{10})}{5\log_5 9}$; 23) $\log_{\sqrt{6}} 36$;
 6) $\log_2(\log_4 256)$; 12) $\log_2(\log_4 16 + 2)$; 18) $\frac{\log_2(7^{18})}{6\log_2 7}$; 24) $\log_{\sqrt{13}} 13$.

Задание 19. Найдите значение выражения.

- 1) $\log_{\sqrt{3}} 3^4$; 7) $3^{2\log_3 7}$; 13) $7^{1+\log_7 3}$; 19) $2^{(\log_2 7)-2}$;
 2) $\log_{\sqrt{6}} 6^5$; 8) $6^{3\log_6 2}$; 14) $5^{1+\log_5 2}$; 20) $2^{(\log_2 3)-1}$;
 3) $\log_{\sqrt{11}} 11^2$; 9) $2^{5\log_2 3}$; 15) $3^{1+\log_3 2}$; 21) $2^{(\log_2 6)-3}$;
 4) $\log_{\sqrt{7}} 7^4$; 10) $5^{2\log_5 4}$; 16) $6^{1+\log_6 5}$; 22) $7^{-2\log_7 2}$;
 5) $\log_{\sqrt{2}} 2^5$; 11) $7^{2\log_7 6}$; 17) $11^{1+\log_{11} 4}$; 23) $5^{-3\log_5 2}$;
 6) $\log_{\sqrt{5}} 5^3$; 12) $2^{3\log_2 5}$; 18) $2^{1+\log_2 13}$; 24) $3^{-\log_3 2}$.

IV) Преобразование тригонометрических выражений**Задание 20.**

1) Найдите $\sin\alpha$,
если $\cos\alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$, $270^\circ < \alpha < 360^\circ$;

2) Найдите $\sin\alpha$,
если $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$;

3) Найдите $\sin\alpha$,
если $\cos\alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$, $180^\circ < \alpha < 270^\circ$;

4) Найдите $\sin\alpha$,
если $\cos\alpha = \frac{\sqrt{91}}{10}$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Задание 21.

1) Найдите $\cos\alpha$,
если $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$, $270^\circ < \alpha < 360^\circ$;

2) Найдите $\cos\alpha$,
если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{19}}{10}$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$;

3) Найдите $\cos\alpha$,
если $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{11}}{10}$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$;

4) Найдите $\cos\alpha$,
если $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{91}}{10}$, $180^\circ < \alpha < 270^\circ$.

Задание 22.

1) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$,
если $\sin\alpha = \frac{6}{\sqrt{61}}$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$;

2) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$,
если $\sin\alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$, $180^\circ < \alpha < 270^\circ$;

3) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$,
если $\cos\alpha = -\frac{5}{\sqrt{34}}$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$;

4) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$,
если $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}$, $270^\circ < \alpha < 360^\circ$.

Задание 23. Найдите значение выражения

1) $15\sin 450^\circ$;

7) $57\sqrt{2}\cos 45^\circ$;

13) $\operatorname{tg} 78^\circ \operatorname{ctg} 78^\circ$;

2) $33\cos 540^\circ$;

8) $54\sqrt{2}\sin 225^\circ$;

14) $\operatorname{tg} 33^\circ \operatorname{ctg} 33^\circ$;

3) $22\sin 390^\circ$;

9) $49\sqrt{2}\cos 405^\circ$;

15) $\operatorname{tg} 54^\circ \operatorname{ctg} 54^\circ$;

4) $26\cos 420^\circ$;

10) $20\sqrt{3}\sin 480^\circ$;

16) $\operatorname{tg} 129^\circ \operatorname{ctg} 129^\circ$;

5) $29\sin 630^\circ$;

11) $20\sqrt{3}\cos 390^\circ$;

17) $\operatorname{tg} 146^\circ \operatorname{ctg} 146^\circ$;

6) $37\cos 720^\circ$;

12) $30\sqrt{3}\sin 300^\circ$;

18) $\operatorname{tg} 133^\circ \operatorname{ctg} 133^\circ$.