

СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ 2-Й СТЕПЕНИ

I) Подстановка (стандартная)

$$1) \begin{cases} x^2 + 4xy + y^2 = -48, \\ 5x + y - 12 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4xy + y^2 = -48, \\ y = -5x + 12 \end{cases}$$

$$x^2 + 4x(-5x + 12) + (-5x + 12)^2 = -48$$

$$x^2 - 20x^2 + 48x + 25x^2 - 120x + 144 = -48$$

$$6x^2 - 72x + 192 = 0$$

$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$x_1 = 8 \quad x_2 = 4$$

при $x = 8 \quad y = -5 \cdot 8 + 12 = -28$

при $x = 4 \quad y = -5 \cdot 4 + 12 = -8$

Ответ: $(8, -28), (4, -8)$

IV) ФСУ

$$4) \begin{cases} x^2 + y^2 = 65, \\ xy = 28 \end{cases}$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x + y)^2 = 65 + 2 \cdot 28$$

$$(x + y)^2 = 121$$

$$x + y = \pm 11$$

$$\begin{cases} x + y = 11, \\ xy = 28 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = -11, \\ xy = 28 \end{cases}$$

...

...

II) Подстановка (ФСУ)

$$2) \begin{cases} x^2 - y^2 = 160, \\ x + y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - y)(x + y) = 160, \\ x + y = 10 \end{cases}$$

$$(x - y) \cdot 10 = 160,$$

$$\begin{cases} x - y = 16, \\ x + y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 16, \\ x + y = 10 \end{cases}$$

$$\underline{\quad \quad \quad}$$

$$2x = 26$$

$$x = 13 \quad y = 10 - x = 10 - 13 = -3$$

Ответ: $(13, -3)$

V) Другие примеры

$$\begin{cases} (x - 3)(x - 9) = 0, \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{y - 4}{x + y - 1} = 11 \end{cases}$$

$$(x - 3)(x - 9) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad x - 9 = 0$$

$$x = 3 \quad x = 9$$

$$\begin{cases} x = 3, \\ \frac{y - 4}{x + y - 1} = 11 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9, \\ \frac{y - 4}{x + y - 1} = 11 \end{cases}$$

...

III) Теорема, обратная теореме Виета

$$3) \begin{cases} xy = 10, \\ x + y = -7 \end{cases}$$

$$q = 10, \quad -p = -7, \quad p = 7$$

$$t^2 + 7t + 10 = 0$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 49 - 40 = 9 > 0$$

$$t_1 = \frac{-7 + \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 + 3}{2} = -2$$

$$t_2 = \frac{-7 - \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 - 3}{2} = -5$$

Ответ: $(-2, -5), (-5, -2)$

$$6) \begin{cases} y^2 + 5 = x, \\ xy^2 = 14 \end{cases}$$

$$(y^2 + 5)y^2 = 14$$

$$y^4 + 5y^2 - 14 = 0$$

$$t = y^2$$

$$t^2 + 5t - 14 = 0$$

$$t_1 = -7$$

$$t_2 = 2$$

$$y^2 = -7$$

$$y^2 = 2$$

корней нет

$$y = \pm \sqrt{2}$$

при $y = \pm \sqrt{2} \quad x = y^2 + 5 = 2 + 5 = 7$

Ответ: $(7, -\sqrt{2})$ и $(7, \sqrt{2})$