

12. Расчёты по формулам

Блок 1. ФИПИ

ПРИМЕРЫ

Пример 1. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C – градусы Цельсия, t_F – градусы Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -45 градусов по шкале Цельсия?

Пример 2. Чтобы перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 113 градусов по шкале Фаренгейта?

Пример 3. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет $101,25$ Вт, а сила тока равна $4,5$ А. Ответ дайте в омах.

Пример 4. Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), а R – радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна $7,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $337,5 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в метрах.

Пример 5. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 12$, $\sin \alpha = \frac{7}{9}$, а $S = 46,2$.

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

ПРИМЕРЫ

Пример 6. В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $S = 6500 + 4100 \cdot n$, где n – число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 7 колец.

Пример 7. В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 150 + 12 \cdot (t - 5)$, где t – длительность поездки, выраженная в минутах ($t > 5$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 11-минутной поездки.

Пример 8. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n – число шагов, l – длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 60$ см, $n = 1300$? Ответ выразите в километрах.

Пример 9. Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l – длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 11 секунд.

Пример 10. Закон Кулона можно записать в виде $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$, где F – сила взаимодействия зарядов (в ньютонах), q_1 и q_2 – величины зарядов (в кулонах), k – коэффициент пропорциональности (в $\text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$), а r – расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найдите величину заряда q_2 (в кулонах), если $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$, $q_1 = 0,008 \text{ Кл}$, $r = 400 \text{ м}$, а $F = 0,225 \text{ Н}$.

Пример 11. Закон всемирного тяготения можно записать в виде $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где F – сила притяжения между телами (в ньютонах), m_1 и m_2 – массы тел (в килограммах), r – расстояние между центрами масс (в метрах), а γ – гравитационная постоянная, равная $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$. Пользуясь формулой, найдите массу тела m_1 (в килограммах), если $F = 0,64032 \text{ Н}$, $m_2 = 4 \cdot 10^9 \text{ кг}$, а $r = 5 \text{ м}$.

Пример 12. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P – давление (в паскалях), V – объём (в м^3), ν – количество вещества (в молях), T – температура (в градусах Кельвина), а R – универсальная газовая постоянная, равная $8,31 \text{ Дж} / (\text{К} \cdot \text{моль})$. Пользуясь этой формулой, найдите объём V (в м^3), если $T = 300 \text{ К}$, $P = 53\,848,8 \text{ Па}$, $\nu = 32,4 \text{ моль}$.

Пример 13. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P – давление (в паскалях), V – объём (в м^3), ν – количество вещества (в молях), T – температура (в градусах Кельвина), а R – универсальная газовая постоянная, равная $8,31 \text{ Дж} / (\text{К} \cdot \text{моль})$. Пользуясь формулой, найдите температуру T (в градусах Кельвина), если $P = 70\,219,5 \text{ Па}$, $\nu = 29,9 \text{ моль}$, $V = 2,3 \text{ м}^3$.

Блок 3. Типовые экзаменационные варианты**ПРИМЕРЫ**

Пример 14. Высота деревянного стеллажа для книг равна $h = (a+b)n + a$ миллиметров, где a – толщина одной доски (в мм), b – высота одной полки (в миллиметрах), n – число таких полок. Найдите высоту книжного стеллажа из 8 полок, если $a = 18$ мм, $b = 310$ мм. Ответ выразите в миллиметрах.

Пример 15. Закон Гука можно записать в виде $f = kx$, где f – сила (в ньютонах), с которой сжимают пружину, x – абсолютное удлинение (сжатие) пружины (в метрах), а k – коэффициент упругости. Пользуясь этой формулой, найдите x (в метрах), если $f = 80$ Н и $k = 5 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Пример 16. Закон Джоуля–Ленца можно записать в виде $Q = I^2 R t$, где Q – количество теплоты (в джоулях), I – сила тока (в амперах), R – сопротивление цепи (в омах), а t – время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите время t (в секундах), если $Q = 816,75$ Дж, $I = 5,5$ А, $R = 9$ Ом.

Пример 17. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = \frac{U^2}{R}$, где U – напряжение (в вольтах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите P (в ваттах), если $R = 9$ Ом, $U = 18$ В.

Пример 18. Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A = \frac{U^2 t}{R}$, где U – напряжение (в вольтах), R – сопротивление (в омах), t – время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите A (в джоулях), если $t = 8$ с, $U = 6$ В, $R = 2$ Ом.

Пример 19. Кинетическая энергия тела (в джоулях) вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m – масса тела (в килограммах), а v – его скорость (в метрах в секунду). Пользуясь этой формулой, найдите E (в джоулях), если $v = 5$ м/с и $m = 12$ кг.

Пример 20. Энергия заряженного конденсатора W (в Дж) вычисляется по формуле $W = \frac{CU^2}{2}$, где C – ёмкость конденсатора (в Ф), а U – разность потенциалов на обкладках конденсатора (в В). Найдите энергию конденсатора W (в Дж) ёмкостью 10^{-4} Ф, если разность потенциалов U на обкладках конденсатора равна 8 В.

Пример 21. Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{abc}{4R}$, где a , b и c – стороны треугольника, а R – радиус окружности, описанной около этого треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите S , если $a=11$, $b=13$, $c=20$ и $R=\frac{65}{6}$.

Пример 22. Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности можно найти по формуле $r = \frac{a+b-c}{2}$, где a и b – катеты, а c – гипотенуза треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите c , если $a=12$, $b=35$ и $r=5$.

Пример 23. Теорему косинусов можно записать в виде $\cos\alpha = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$, где a , b и c – стороны треугольника, а α – угол между сторонами a и b . Пользуясь этой формулой, найдите величину $\cos\alpha$, если $a=3$, $b=8$ и $c=7$.

Пример 24. Длина медианы m_c , проведённой к стороне c треугольника со сторонами a , b и c , вычисляется по формуле $m_c = \frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{2}$. Найдите медиану m_c , если $a=4$, $b=7$ и $c=9$.

Пример 25. Длина биссектрисы l_c , проведённой к стороне c треугольника со сторонами a , b и c , вычисляется по формуле $l_c = \frac{1}{a+b} \sqrt{ab((a+b)^2-c^2)}$. Найдите длину биссектрисы l_c , если $a=7$, $b=21$ и $c=26$.

Пример 26. Площадь треугольника вычисляется по формуле $S = \frac{1}{2}bcsin\alpha$, где b и c – две стороны треугольника, а α – угол между ними. Пользуясь этой формулой, найдите $\sin\alpha$, если $b=10$, $c=5$ и $S=20$.

Пример 27. Радиус описанной около треугольника окружности можно найти по формуле $R = \frac{a}{2\sin\alpha}$, где a – сторона треугольника, α – противолежащий этой стороне угол, а R – радиус описанной около этого треугольника окружности. Пользуясь этой формулой, найдите R , если $a=7$, а $\sin\alpha = \frac{5}{14}$.

Пример 28. Теорему синусов можно записать в виде $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$, где a и b – две стороны треугольников, а α и β – углы треугольника, лежащие против них соответственно. Пользуясь этой формулой, найдите величину a , если $b=15$, $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ и $\sin\beta = \frac{12}{13}$.

Пример 29. Площадь прямоугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d^2 \sin\alpha}{2}$, где d – длина диагонали, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите площадь S , $d=12$ и $\sin\alpha = \frac{5}{6}$.