

20. Алгебраические выражения, уравнения и неравенства**Блок 1. ФИПИ****ПРИМЕРЫ**

Пример 1. Упростите выражение: $\frac{12^{n+4}}{2^{2n+5} \cdot 3^{n+2}}$.

Пример 2. Найдите значение выражения при данном условии:

$$28a - 7b + 13, \text{ если } \frac{2a - 5b + 8}{5a - 2b + 8} = 6.$$

Пример 3. Решите уравнение:

1) $x^3 + 5x^2 - 16x - 80 = 0$

2) $x^3 + 8x^2 = x + 8$

3) $x^2 - 2x + \sqrt{7-x} = \sqrt{7-x} + 48$

4) $x(x^2 + 10x + 25) = 14(x + 5)$

5) $(x-3)(x^2 + 14x + 49) = 11(x+7)$

6) $(x^2 - 16)^2 + (x^2 + 3x - 28)^2 = 0$

7) $\frac{1}{x^2} + \frac{6}{x} - 40 = 0$

8) $\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{7}{x-3} - 18 = 0$

9) $(x+5)^4 + (x+5)^2 - 12 = 0$

10) $x^4 = (x-42)^2$

Пример 4. Решите систему уравнений:

1)
$$\begin{cases} 3x^2 - 8x = y, \\ 9x - 24 = y. \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 7x^2 + y = 14, \\ 2x^2 - y = 22. \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 59, \\ 10x^2 + 5y^2 = 59x. \end{cases}$$

Пример 5. Решите неравенство:

1) $\frac{-21}{(x+6)^2 - 10} \geq 0$

2) $(x-7)^2 < \sqrt{11}(x-7)$

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия**ПРИМЕРЫ**

Пример 6. Сократите дробь: $\frac{p(a)}{p\left(\frac{1}{a}\right)}$, если $p(x) = \left(x + \frac{6}{x}\right)\left(6x + \frac{1}{x}\right)$.

Пример 7. Сократите дробь: $\frac{p(a)}{p(18-a)}$, если $p(x) = \frac{x(18-x)}{x-9}$.

Пример 8. Решите уравнение:

1) $(4x-9)^2(x-3)=(4x-9)(x-3)^2$

2) $(x-1)(x+7)(x-8)=(x-1)(x-8)(x+11)$

3) $(x+3)^3=9(x+3)$

4) $4x^2-7x+13=(x+3)^2$

5) $x^6=(11x-18)^3$

6) $x^3=4x^2+21x$

7) $(x-5)^2(x-2)=4(x-5)$

Пример 9. Решите систему уравнений:

1)
$$\begin{cases} (3x+7y)^2=10y, \\ (3x+7y)^2=10x. \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} x^2+y=7, \\ 2x^2-y=20. \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} (x-5)(y-8)=0, \\ \frac{y-6}{x+y-11}=4. \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} y-2x=2, \\ x^2+2xy-y^2=8. \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} x-3y=7, \\ \frac{x}{5}+\frac{y+4}{4}=-1. \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} x^2=7y-3, \\ x^2+19=7y+y^2. \end{cases}$$

Пример 10. Решите неравенство:

1) $(4x+1)(x-2)>-5$

2) $(x-6)^2\geq(6x-1)^2$

3) $x^2(-x^2-16)\leq 100(-x^2-16)$

4) $\frac{-17}{x^2+2x-3}\leq 0$

5) $\frac{x^2}{4}<\frac{4x-5}{3}$

Пример 11. Решите систему неравенств:

1)
$$\begin{cases} 2(3x+5)-7(2x+3)>3x, \\ (x-4)(x+7)<0. \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} \frac{8-x}{4+(1-5x)^2}\geq 0, \\ 3-7x\leq 23-2x. \end{cases}$$

Блок 3. ФИПИ. Типовые экзаменационные варианты* ПРИМЕРЫ

Пример 12. Решите уравнение $x^6=-(3-4x)^3$.

Пример 13. Решите неравенство $-\frac{-31}{x^2-3x-10}\geq 0$.

Пример 14. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2+y^2=82, \\ xy=9. \end{cases}$$