

08. Квадратные корни и степени**Блок 1. ФИПИ****ПРИМЕРЫ**

1.1) Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{64a^{10}}{a^6}}$ при $a=5$.

$$\sqrt{\frac{64a^{10}}{a^6}} = \sqrt{64a^4} = 8a^2 = 8 \cdot 5^2 = 8 \cdot 25 = 200$$

1.2) Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{81x^2}{y^4}}$ при $x=2$, $y=6$.

$$\sqrt{\frac{81x^2}{y^4}} = \frac{9x}{y^2} = \frac{9 \cdot 2}{6^2} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5$$

1.3) Найдите значение выражения $\sqrt{4x^8y^2}$ при $x=3$, $y=10$.

$$\sqrt{4x^8y^2} = 2x^4y = 2 \cdot 3^4 \cdot 10 = 2 \cdot 81 \cdot 10 = 1620$$

1.4) Найдите значение выражения $\sqrt{(-a)^6 \cdot a^4}$ при $a=2$.

$$\sqrt{(-a)^6 \cdot a^4} = \sqrt{a^6 \cdot a^4} = \sqrt{a^{10}} = a^5 = 2^5 = 32$$

1.5) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{49a^{11}} \cdot \sqrt{16b^6}}{\sqrt{a^7b^6}}$ при $a=4$, $b=11$.

$$\frac{\sqrt{49a^{11}} \cdot \sqrt{16b^6}}{\sqrt{a^7b^6}} = \sqrt{\frac{49a^{11} \cdot 16b^6}{a^7b^6}} = \sqrt{49a^4 \cdot 16} = 7a^2 \cdot 4 = 7 \cdot 4^2 \cdot 4 = 7 \cdot 16 \cdot 4 = 448$$

1.6) Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{1}{100} \cdot x^4y^6}$ при $x=5$, $y=2$.

$$\sqrt{\frac{1}{100} \cdot x^4y^6} = \frac{1}{10} \cdot x^2y^3 = \frac{1}{10} \cdot 5^2 \cdot 2^3 = \frac{1}{10} \cdot 25 \cdot 8 = 20$$

1.7) Найдите значение выражения $\sqrt{a^2+18ab+81b^2}$ при $a=2\frac{4}{13}$, $b=\frac{1}{13}$.

$$\sqrt{a^2+18ab+81b^2} = \sqrt{(a+9b)^2} = |a+9b| = \left| 2\frac{4}{13} + 9 \cdot \frac{1}{13} \right| = \left| 2\frac{4}{13} + \frac{9}{13} \right| = \left| 2\frac{13}{13} \right| = 3$$

1.8) Найдите значение выражения $\sqrt{a^2+16ab+64b^2}$ при $a=9$, $b=-2$.

$$\sqrt{a^2+16ab+64b^2} = \sqrt{(a+8b)^2} = |a+8b| = |9+8 \cdot (-2)| = |9-16| = |-7| = 7$$

1.9) Найдите значение выражения $(\sqrt{28}-\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7}$.

$$\text{I: } (\sqrt{28}-\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = \sqrt{196} - \sqrt{49} = 14 - 7 = 7$$

$$\text{II: } (\sqrt{28}-\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = (\sqrt{4 \cdot 7} - \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = (2\sqrt{7} - \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 7$$

1.10) Найдите значение выражения $\sqrt{7 \cdot 12} \cdot \sqrt{21}$.

$$\sqrt{7 \cdot 12} \cdot \sqrt{21} = \sqrt{7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3} = 7 \cdot 3 \cdot 2 = 42$$

1.11) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{30} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{18}}$.

$$\frac{\sqrt{30} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{30 \cdot 15}{18}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 15}{3}} = \sqrt{25} = 5$$

1.12) Найдите значение выражения $4\sqrt{13} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{39}$.

$$4\sqrt{13} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{39} = 4 \cdot 2 \sqrt{13 \cdot 3 \cdot 39} = 8 \sqrt{13 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13} = 8 \cdot 13 \cdot 3 = 312$$

1.13) Найдите значение выражения $\sqrt{7^4}$.

$$\text{I: } \sqrt{7^4} = 7^2 = 49$$

$$\text{II: } \sqrt{7^4} = \sqrt{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7} = 7 \cdot 7 = 49$$

1.14) Найдите значение выражения $\sqrt{9^5}$.

$$\text{I: } \sqrt{9^5} = \sqrt{(3^2)^5} = \sqrt{3^{10}} = 3^5 = 243$$

$$\text{II: } \sqrt{9^5} = \sqrt{9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9} = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$$

1.15) Найдите значение выражения $\frac{(7\sqrt{11})^2}{110}$.

$$\frac{(7\sqrt{11})^2}{110} = \frac{49 \cdot 11}{110} = \frac{49}{10} = 4,9$$

1.16) Найдите значение выражения $\frac{48}{(2\sqrt{6})^2}$.

$$\frac{48}{(2\sqrt{6})^2} = \frac{48}{4 \cdot 6} = \frac{12}{6} = 2$$

1.17) Найдите значение выражения $(\sqrt{23} - 4)(\sqrt{23} + 4)$.

$$\text{I: } (\sqrt{23} - 4)(\sqrt{23} + 4) = 23 - 16 = 7$$

$$\text{II: } (\sqrt{23} - 4)(\sqrt{23} + 4) = 23 + 4\sqrt{23} - 4\sqrt{23} - 16 = 23 - 16 = 7$$

1.18) Найдите значение выражения $(\sqrt{15} - \sqrt{7})(\sqrt{15} + \sqrt{7})$.

$$\text{I: } (\sqrt{15} - \sqrt{7})(\sqrt{15} + \sqrt{7}) = 15 - 7 = 8$$

$$\text{II: } (\sqrt{15} - \sqrt{7})(\sqrt{15} + \sqrt{7}) = 15 + \sqrt{105} - \sqrt{105} - 7 = 15 - 7 = 8$$

1.19) Найдите значение выражения $(\sqrt{14} - 3)^2 + 6\sqrt{14}$.

$$\text{I: } (\sqrt{14} - 3)^2 + 6\sqrt{14} = 14 - 6\sqrt{14} + 9 + 6\sqrt{14} = 14 + 9 = 23$$

$$\begin{aligned} \text{II: } (\sqrt{14} - 3)^2 + 6\sqrt{14} &= (\sqrt{14} - 3)(\sqrt{14} - 3) + 6\sqrt{14} = \\ &= 14 - 3\sqrt{14} - 3\sqrt{14} + 9 + 6\sqrt{14} = 14 + 9 = 23 \end{aligned}$$

2.1) Найдите значение выражения $\frac{a^7 \cdot a^6}{a^{11}}$ при $a=5$.

$$\frac{a^7 \cdot a^6}{a^{11}} = \frac{a^{13}}{a^{11}} = a^{13-11} = a^2 = 5^2 = 25$$

2.2) Найдите значение выражения $\frac{a^{12} \cdot a^{-6}}{a^5}$ при $a=7$.

$$\text{I: } \frac{a^{12} \cdot a^{-6}}{a^5} = \frac{a^{12+(-6)}}{a^5} = \frac{a^6}{a^5} = a^{6-5} = a = 7$$

$$\text{II: } \frac{a^{12} \cdot a^{-6}}{a^5} = \frac{a^{12}}{a^5 \cdot a^6} = \frac{a^{12}}{a^{5+6}} = \frac{a^{12}}{a^{11}} = a^{12-11} = a = 7$$

2.3) Найдите значение выражения $\frac{(a^5)^4}{a^{17}}$ при $a=4$.

$$\frac{(a^5)^4}{a^{17}} = \frac{a^{5 \cdot 4}}{a^{17}} = \frac{a^{20}}{a^{17}} = a^{20-17} = a^3 = 4^3 = 64$$

2.4) Найдите значение выражения $a^{10} \cdot a^5 : a^{11}$ при $a=3$.

$$a^{10} \cdot a^5 : a^{11} = a^{10+5} : a^{11} = a^{15} : a^{11} = a^{15-11} = a^4 = 3^4 = 81$$

2.5) Найдите значение выражения $a^{27} \cdot a^{-12} : a^{10}$ при $a=2$.

$$a^{27} \cdot a^{-12} : a^{10} = a^{27+(-12)} : a^{10} = a^{15} : a^{10} = a^{15-10} = a^5 = 2^5 = 32$$

2.6) Найдите значение выражения $a^{-23} \cdot (a^4)^6$ при $a=8$.

$$a^{-23} \cdot (a^4)^6 = a^{-23} \cdot a^{4 \cdot 6} = a^{-23} \cdot a^{24} = a^{-23+24} = a = 8$$

2.7) Найдите значение выражения $(a^2)^{-7} : a^{-16}$ при $a=6$.

$$(a^2)^{-7} : a^{-16} = a^{2 \cdot (-7)} : a^{-16} = a^{-14} : a^{-16} = a^{-14-(-16)} = a^{-14+16} = a^2 = 6^2 = 36$$

2.8) Найдите значение выражения $\frac{(a^3)^9 \cdot a^{11}}{a^{36}}$ при $a=8$.

$$\frac{(a^3)^9 \cdot a^{11}}{a^{36}} = \frac{a^{3 \cdot 9} \cdot a^{11}}{a^{36}} = \frac{a^{27} \cdot a^{11}}{a^{36}} = \frac{a^{27+11}}{a^{36}} = \frac{a^{38}}{a^{36}} = a^{38-36} = a^2 = 8^2 = 64$$

2.9) Найдите значение выражения $\frac{a^{19} \cdot (b^4)^3}{(a \cdot b)^{12}}$ при $a=2$, $b=\sqrt{2}$.

$$\frac{a^{19} \cdot (b^4)^3}{(a \cdot b)^{12}} = \frac{a^{19} \cdot b^{4 \cdot 3}}{a^{12} \cdot b^{12}} = \frac{a^{19} \cdot b^{12}}{a^{12} \cdot b^{12}} = \frac{a^{19}}{a^{12}} = a^{19-12} = a^7 = 2^7 = 128$$

2.10) Найдите значение выражения $\frac{4^5}{64}$.

$$\frac{4^5}{64} = \frac{4^5}{4^3} = 4^{5-3} = 4^2 = 16$$

2.11) Найдите значение выражения $\frac{9^5}{27^3}$.

$$\frac{9^5}{27^3} = \frac{(3^2)^5}{(3^3)^3} = \frac{3^{10}}{3^9} = 3^{10-9} = 3$$

2.12) Найдите значение выражения $\frac{12^7}{2^5 \cdot 6^6}$.

$$\frac{12^7}{2^5 \cdot 6^6} = \frac{2^7 \cdot 6^7}{2^5 \cdot 6^6} = 2^{7-5} \cdot 6^{7-6} = 2^2 \cdot 6^1 = 4 \cdot 6 = 24$$

2.13) Найдите значение выражения $\frac{8^{11} \cdot 9^{13}}{72^{11}}$.

$$\frac{8^{11} \cdot 9^{13}}{72^{11}} = \frac{8^{11} \cdot 9^{13}}{(8 \cdot 9)^{11}} = \frac{8^{11} \cdot 9^{13}}{8^{11} \cdot 9^{11}} = 9^{13-11} = 9^2 = 81$$

2.14) Найдите значение выражения $\frac{(5 \cdot 8)^9}{5^6 \cdot 8^9}$.

$$\frac{(5 \cdot 8)^9}{5^6 \cdot 8^9} = \frac{5^9 \cdot 8^9}{5^6 \cdot 8^9} = 5^{9-6} = 5^3 = 125$$

2.15) Найдите значение выражения $7^{-13} \cdot (7^5)^3$.

$$7^{-13} \cdot (7^5)^3 = 7^{-13} \cdot 7^{5 \cdot 3} = 7^{-13+15} = 7^2 = 49$$

2.16) Найдите значение выражения $\frac{(10^4)^{-6}}{10^{-27}}$.

$$\text{I: } \frac{(10^4)^{-6}}{10^{-27}} = \frac{10^{4 \cdot (-6)}}{10^{-27}} = \frac{10^{-24}}{10^{-27}} = 10^{-24-(-27)} = 10^{-24+27} = 10^3 = 1000$$

$$\text{II: } \frac{(10^4)^{-6}}{10^{-27}} = \frac{10^{4 \cdot (-6)}}{10^{-27}} = \frac{10^{-24}}{10^{-27}} = \frac{10^{27}}{10^{24}} = 10^{27-24} = 10^3 = 1000$$

2.17) Найдите значение выражения $\frac{5^{-4} \cdot 5^{-12}}{5^{-17}}$.

$$\text{I: } \frac{5^{-4} \cdot 5^{-12}}{5^{-17}} = \frac{5^{-4+(-12)}}{5^{-17}} = \frac{5^{-16}}{5^{-17}} = 5^{-16-(-17)} = 5^{-16+17} = 5$$

$$\text{II: } \frac{5^{-4} \cdot 5^{-12}}{5^{-17}} = \frac{5^{17}}{5^4 \cdot 5^{12}} = \frac{5^{17}}{5^{4+12}} = \frac{5^{17}}{5^{16}} = 5^{17-16} = 5$$

2.18) Найдите значение выражения $\frac{1}{3^{-18}} \cdot \frac{1}{3^{15}}$.

$$\text{I: } \frac{1}{3^{-18}} \cdot \frac{1}{3^{15}} = \frac{1}{3^{-18+15}} = \frac{1}{3^{-3}} = \frac{3^3}{1} = 27$$

$$\text{II: } \frac{1}{3^{-18}} \cdot \frac{1}{3^{15}} = \frac{3^{18}}{1} \cdot \frac{1}{3^{15}} = 3^{18-15} = 3^3 = 27$$

2.19) Найдите значение выражения $\frac{6^{-8} \cdot 6^{21}}{6^{10}}$.

$$\text{I: } \frac{6^{-8} \cdot 6^{21}}{6^{10}} = \frac{6^{-8+21}}{6^{10}} = \frac{6^{13}}{6^{10}} = 6^{13-10} = 6^3 = 216$$

$$\text{II: } \frac{6^{-8} \cdot 6^{21}}{6^{10}} = \frac{6^{21}}{6^8 \cdot 6^{10}} = \frac{6^{21}}{6^{8+10}} = \frac{6^{21}}{6^{18}} = 6^{21-18} = 6^3 = 216$$

08. Квадратные корни и степени
Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия
ПРИМЕРЫ

3.1) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}$.

$$\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{54}{6}} = \sqrt{9} = 3$$

3.2) Найдите значение выражения $\sqrt{15 \cdot 20 \cdot 27}$.

$$\sqrt{15 \cdot 20 \cdot 27} = \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 90$$

3.3) Найдите значение выражения $\sqrt{25 \cdot 2^8}$

$$\sqrt{25 \cdot 2^8} = 5 \cdot 2^4 = 5 \cdot 16 = 80$$

3.4) Найдите значение выражения $\sqrt{7 \cdot 5^2} \cdot \sqrt{7 \cdot 3^4}$.

$$\sqrt{7 \cdot 5^2} \cdot \sqrt{7 \cdot 3^4} = \sqrt{7 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 3^4} = 7 \cdot 5 \cdot 3^2 = 315$$

3.5) Найдите значение выражения $\sqrt{2^6 \cdot 5^4 \cdot 19^2}$.

$$\text{I: } \sqrt{2^6 \cdot 5^4 \cdot 19^2} = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 19 = 8 \cdot 25 \cdot 19 = 3800$$

$$\text{II: } \sqrt{2^6 \cdot 5^4 \cdot 19^2} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 \cdot 19^2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 19 = 3800$$

3.6) Найдите значение выражения $(2 + \sqrt{11})^2 + (2 - \sqrt{11})^2$.

$$\text{I: } (2 + \sqrt{11})^2 + (2 - \sqrt{11})^2 = 4 + 4\sqrt{11} + 11 + 4 - 4\sqrt{11} + 11 = 15 + 15 = 30$$

$$\text{II: } (2 + \sqrt{11})^2 + (2 - \sqrt{11})^2 = (2 + \sqrt{11})(2 + \sqrt{11}) + (2 - \sqrt{11})(2 - \sqrt{11}) = \\ = 4 + 2\sqrt{11} + 2\sqrt{11} + 11 + 4 - 2\sqrt{11} - 2\sqrt{11} + 11 = 15 + 15 = 30$$

3.7) Найдите значение выражения $\sqrt{(-21)^2}$.

$$\sqrt{(-21)^2} = |-21| = 21$$

3.8) Найдите значение выражения $\sqrt{(2\sqrt{3}-7)^2} + 2\sqrt{3}$.

$$\sqrt{(2\sqrt{3}-7)^2} + 2\sqrt{3} = |2\sqrt{3}-7| + 2\sqrt{3} = 7 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 7$$

$$2\sqrt{3}-7 < 0 \text{ т.к. } 2\sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12} \text{ и } \sqrt{12} - \sqrt{49} < 0$$

3.9) Найдите значение выражения $\frac{1}{4+\sqrt{14}} + \frac{1}{4-\sqrt{14}}$.

$$\frac{1}{4+\sqrt{14}} + \frac{1}{4-\sqrt{14}} = \frac{4-\sqrt{14}}{(4+\sqrt{14})(4-\sqrt{14})} + \frac{4+\sqrt{14}}{(4-\sqrt{14})(4+\sqrt{14})} = \frac{4-\sqrt{14}+4+\sqrt{14}}{16-14} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\text{без ФСУ: } (4-\sqrt{14})(4+\sqrt{14}) = 16 + 4\sqrt{14} - 4\sqrt{14} - 14 = 16 - 14 = 2$$

3.10) Найдите значение выражения $\frac{1}{\sqrt{37}-6} - \frac{1}{\sqrt{37}+6}$.

$$\frac{1}{\sqrt{37}-6} - \frac{1}{\sqrt{37}+6} = \frac{\sqrt{37}+6}{(\sqrt{37}-6)(\sqrt{37}+6)} - \frac{\sqrt{37}-6}{(\sqrt{37}+6)(\sqrt{37}-6)} = \frac{\sqrt{37}+6-\sqrt{37}+6}{37-36} = \frac{12}{1} = 12$$

$$\text{без ФСУ: } (\sqrt{37}+6)(\sqrt{37}-6) = 37 - 6\sqrt{37} + 6\sqrt{37} - 36 = 37 - 36 = 1$$

3.11) Найдите значение выражения $\frac{(6^2 \cdot 6^7)^4}{(6 \cdot 6^6)^5}$.

$$\frac{(6^2 \cdot 6^7)^4}{(6 \cdot 6^6)^5} = \frac{(6^{2+7})^4}{(6^{1+6})^5} = \frac{(6^9)^4}{(6^7)^5} = \frac{6^{9 \cdot 4}}{6^{7 \cdot 5}} = \frac{6^{36}}{6^{35}} = 6^{36-35} = 6$$