

Игра № 1. «Теорема Виета»

УСЛОВИЯ ИГРЫ.

1) Известно (теорема Виета):

Если x_1 и x_2 – корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ и $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$.

2) Мы будем использовать теорему для случая, когда $a = 1$:

$$x^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \cdot x_2 = c, \\ x_1 + x_2 = -b. \end{cases}$$

3) **Задание:** найти все значения коэффициента b , при условии, что корни квадратного уравнения являются целочисленными.

Иными словами: b, c, x_1 и x_2 – целые числа.

4) Пример 1:

Задано уравнение $x^2 + bx + 10 = 0$. Найти все значения коэффициента b , при условии, что корни уравнения целочисленные. Сколько таких значений?

Решение.

известно	варианты	+ добавляем знаки
$x_1 \cdot x_2 = 10$	$10 = 2 \cdot 5$	$10 = 2 \cdot 5$
$10 = 2 \cdot 5 \cdot 1$	$10 = 10 \cdot 1$	$10 = (-2) \cdot (-5)$
		$10 = 10 \cdot 1$
		$10 = (-10) \cdot (-1)$

Подберите все пары чисел, чтобы произведение было равно модулю коэффициента c

Итог:

x ₁	x ₂	b	уравнение
2	5	-7	$x^2 - 7x + 10 = 0$
-2	-5	7	$x^2 + 7x + 10 = 0$
10	1	-11	$x^2 - 11x + 10 = 0$
-10	-1	11	$x^2 + 11x + 10 = 0$

Будьте внимательны со знаками!

всего 4 варианта

Убедитесь, что корни соответствуют уравнению

5) Пример 2:

Задано уравнение $x^2 + bx - 12 = 0$.

Решение.

известно	варианты	+ добавляем знаки
$x_1 \cdot x_2 = -12$	$12 = 2 \cdot 6$	$-12 = (-2) \cdot 6$
$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1$	$12 = 4 \cdot 3$	$-12 = 2 \cdot (-6)$
	$12 = 12 \cdot 1$	$-12 = (-4) \cdot 3$
		$-12 = 4 \cdot (-3)$
		$-12 = (-12) \cdot 1$
		$-12 = 12 \cdot (-1)$

Итог:

x_1	x_2	b	уравнение
-2	6	-4	$x^2 - 4x - 12 = 0$
2	-6	4	$x^2 + 4x - 12 = 0$
-4	3	1	$x^2 + x - 12 = 0$
4	-3	-1	$x^2 - x - 12 = 0$
-12	1	11	$x^2 + 11x - 12 = 0$
12	-1	-11	$x^2 - 11x - 12 = 0$

всего 6 вариантов

Интересно:

А) всегда ли будет четное количество вариантов?

Б) может ли быть один вариант?

В) есть ли закономерность между коэффициентом c и количеством уравнений?

6) **Попробуйте сами найти все значения коэффициента b для каждого случая, при условии, что корни всех квадратных уравнений являются целыми числами:**

1) $x^2 + bx + 16 = 0$

2) $x^2 + bx - 23 = 0$

3) $x^2 + bx + 24 = 0$

4) $x^2 + bx - 25 = 0$

5) $x^2 + bx + 26 = 0$

6) $x^2 + bx - 27 = 0$