

## 09. Уравнения Блок 1. ФИПИ ПРИМЕРЫ

**Задание 1.** Решите уравнение.

$$\begin{aligned}
 1) \quad & 7x+6=3x \\
 & 7x-3x=-6 \\
 & 4x=-6 \quad |:4 \\
 & x=\frac{-6}{4} \\
 & x=-1,5
 \end{aligned}$$

Ответ: -1,5

$$\begin{aligned}
 2) \quad & 3+4x=9x-11 \\
 & 4x-9x=-11-3 \\
 & -5x=-14 \quad |:(-5) \\
 & x=\frac{-14}{-5} \\
 & x=2,8
 \end{aligned}$$

Ответ: 2,8

$$\begin{aligned}
 3) \quad & 2(x+5)=-9 \\
 & 2x+10=-9 \\
 & 2x=-9-10 \\
 & 2x=-19 \quad |:2 \\
 & x=-9,5
 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
 & 2(x+5)=-9 \quad |:2 \\
 & x+5=-4,5 \\
 & x=-4,5-5 \\
 & x=-9,5
 \end{aligned}$$

Ответ: -9,5

$$\begin{aligned}
 4) \quad & \frac{x^{18}}{1} - \frac{x}{18} = -\frac{34}{9} \\
 & \frac{18x}{18} - \frac{x}{18} = -\frac{68}{18} \quad |\cdot 18 \\
 & 18x - x = -68 \\
 & 17x = -68 \quad |:17 \\
 & x = -68:17 \\
 & x = -4
 \end{aligned}$$

Ответ: -4

$$\begin{aligned}
 5) \quad & \frac{16}{x+3} = -\frac{8}{11} \quad |:8 \\
 & \frac{2}{x+3} = -\frac{1}{11} \\
 & x+3 \neq 0 \quad x \neq -3 \\
 & \text{по правилу пропорции:} \\
 & 2 \cdot 11 = (x+3) \cdot (-1) \\
 & 22 = -x - 3 \\
 & x = -3 - 22 \\
 & x = -25
 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
 & \frac{16}{x+3} = -\frac{8}{11} \quad (2) \\
 & \frac{16}{x+3} = \frac{16}{-22} \\
 & x+3 = -22 \\
 & x = -22 - 3 \\
 & x = -25
 \end{aligned}$$

Ответ: -25

$$\begin{aligned}
 6) \quad & \frac{5}{x+9} = -2 \\
 & \frac{5}{x+9} = -\frac{2}{1} \\
 & x+9 \neq 0 \quad x \neq -9 \\
 & \text{по правилу} \\
 & \text{пропорции:} \\
 & 5 \cdot 1 = (x+9) \cdot (-2) \\
 & 5 = -2x - 18 \\
 & 2x = -18 - 5 \\
 & 2x = -23 \quad |:2 \\
 & x = -11,5
 \end{aligned}$$

Ответ: -4

$$\begin{aligned}
 7) \quad & (x+2)^2 = (7-x)^2 \\
 & x^2 + 4x + 4 = 49 - 14x + x^2 \\
 & x^2 + 4x + 14x - x^2 = 49 - 4 \\
 & 38x = 45 \quad |:38 \\
 & x = \frac{45}{38} \\
 & x = 2,5 \\
 & (x+2)^2 = (x+2)(x+2) = \\
 & x^2 + 2x + 2x + 4 = x^2 + 4x + 4 \\
 & (7-x)^2 = (7-x)(7-x) = \\
 & = 49 - 7x - 7x + x^2 = 49 - 14x + x^2
 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
 & (x+2)^2 = (7-x)^2 \\
 & \begin{cases} x+2 = +(7-x) \\ x+2 = -(7-x) \end{cases} \\
 & \begin{cases} x+x = 7-2 \\ x+2 = -7+x \end{cases} \\
 & \begin{cases} 2x = 5 \quad |:2 \\ x-x = -7-2 \end{cases} \\
 & \begin{cases} x = 2,5 \\ 0x = -9 \text{ (кор.нет)} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ответ: -25

**Задание 2.** Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

1)  $(4x-2)(-2x+5)=0$

$ab=0 \Rightarrow a=0$  или  $b=0$

$4x-2=0$  или  $-2x+5=0$

$4x=2 \quad |:4$        $-2x=-5 \quad |:(-2)$

$x=\frac{2}{4}=0,5$        $x=\frac{-5}{-2}$

*меньший кор.*       $x=2,5$

Ответ: 0,5

2)  $7x^2+14x=0$

$7x(x+2)=0$

$ab=0 \Rightarrow a=0$  или  $b=0$

$7x=0 \quad |:7$  или  $x+2=0$

$x=0$        $x=-2$

*меньший кор.*

Ответ: -2

3)  $x^2-1=0$

$x^2-1^2=0$  – разность квадратов

$(x-1)(x+1)=0$

$ab=0 \Rightarrow a=0$  или  $b=0$

$x-1=0$  или  $x+1=0$

$x=1$        $x=-1$

*меньший кор.*

Ответ: -1

4)  $9x^2=27x$

$9x^2-27x=0$

$9x(x-3)=0$

$ab=0 \Rightarrow a=0$  или  $b=0$

$9x=0 \quad |:9$  или  $x-3=0$

$x=0$        $x=3$

*меньший кор.*

Ответ: 0

**Задание 3.** Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

1)  $(-x+2)(4x+4)=0$

$ab=0 \Rightarrow a=0$  или  $b=0$

$-x+2=0$        $4x+4=0$

$-x=-2 \quad |:(-1)$        $4x=-4 \quad |:4$

$x=2$        $x=-1$

*больший кор.*

Ответ: 2

2)  $6x^2-30x=0$

$6x(x-5)=0$

$ab=0 \Rightarrow a=0$  или  $b=0$

$6x=0 \quad |:6$        $x-5=0$

$x=0$        $x=5$

*больший кор.*

Ответ: 5

3)  $x^2-196=0$

$x^2-14^2=0$  – разность квадратов

$(x-14)(x+14)=0$

$x-14=0$        $x+14=0$

$x=14$        $x=-14$

*больший кор.*

Ответ: 14

4)  $8x^2=72x$

$8x^2-72x=0$

$8x(x-9)=0$

$ab=0 \Rightarrow a=0$  или  $b=0$

$8x=0 \quad |:8$        $x-9=0$

$x=0$        $x=9$

*больший кор.*

Ответ: 9

**Задание 4.** Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

1)  $x^2 + 11 = 12x$

$x^2 - 12x + 11 = 0$

$a = 1 \quad b = -12 \quad c = 11 \quad D = b^2 - 4ac$

$D = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 11 = 144 - 44 = 100$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$x_1 = \frac{-(-12) + \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{12 + 10}{2} = 11$

$x_2 = \frac{-(-12) - \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{12 - 10}{2} = 1$

*меньший корень*

Ответ: 1

2)  $x^2 - 5x = 24$

$x^2 - 5x - 24 = 0$

$a = 1 \quad b = -5 \quad c = -24 \quad D = b^2 - 4ac$

$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 25 + 96 = 121$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$x_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{5 + 11}{2} = 8$

$x_2 = \frac{-(-5) - \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{5 - 11}{2} = -3$

*меньший корень*

Ответ: -3

3)  $x^2 - 3x - 28 = 0$

$a = 1 \quad b = -3 \quad c = -28$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-28) = 9 + 112 = 121$

$x_1 = \frac{-(-3) + \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{3 + 11}{2} = 7$

$x_2 = \frac{-(-3) - \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{3 - 11}{2} = -4$

*меньший корень*

Ответ: -4

4)  $5x^2 - 7x + 2 = 0$

$a = 5 \quad b = -7 \quad c = 2$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-7)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 49 - 40 = 9$

$x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{9}}{2 \cdot 5} = \frac{7 + 3}{10} = 1$

$x_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{9}}{2 \cdot 5} = \frac{7 - 3}{10} = 0,4$

*меньший корень*

Ответ: 0,4

**Задание 5.** Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

1)  $x^2 + 30 = 11x$

$x^2 - 11x + 30 = 0$

$a = 1 \quad b = -11 \quad c = 30$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30 = 121 - 120 = 1$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-11) + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{11 + 1}{2} = 6$

*больший корень*

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-11) - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{11 - 1}{2} = 5$

Ответ: 6

2)  $x^2 + x = 20$

$x^2 + x - 20 = 0$

$a = 1 \quad b = 1 \quad c = -20$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 1 + 80 = 81$

$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 + 9}{2} = 4$

*больший корень*

$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 - 9}{2} = -5$

Ответ: 4

**Задание 5.** Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

3)  $x^2 - 6x - 16 = 0$

$a = 1 \quad b = -6 \quad c = -16$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 36 + 64 = 100$

$x_1 = \frac{-(-6) + \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{6 + 10}{2} = 8$

*больший корень*

$x_2 = \frac{-(-6) - \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{6 - 10}{2} = -2$

Ответ: 8

4)  $2x^2 + 5x + 3 = 0$

$a = 2 \quad b = 5 \quad c = 3$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 - 24 = 1$

$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 + 1}{4} = -1$

*больший корень*

$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 - 1}{4} = -1,5$

Ответ: -1

### 09. Уравнения

#### Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

#### ПРИМЕРЫ

**Задание 6.** Решите уравнение.

1)  $-9 + x = 3x - 7$

$x - 3x = -7 + 9$

$-2x = 2 \quad | :(-2)$

$x = 2 : (-2)$

$x = -1$

Ответ: -1

2)  $3 - 4(3x - 5) = 12 - 7x$

$3 - 12x + 20 = 12 - 7x$

$-12x + 7x = 12 - 3 - 20$

$-5x = -11 \quad | :(-5)$

$x = \frac{-11}{-5}$

$x = 2,2$

Ответ: 2,2

3)  $x - 1 - 2(x + 2) = -3(1 - x) + 8$

$x - 1 - 2x - 4 = -3 + 3x + 8$

$x - 2x - 3x = -3 + 8 + 1 + 4$

$x - 2x - 3x = -3 + 8 + 1 + 4$

$-4x = 10 \quad | :(-4)$

$x = \frac{10}{-4}$

$x = -2,5$

Ответ: -2,5

4)  $(x - 4)^2 + (x - 1)^2 = 2x^2$

$x^2 - 8x + 16 + x^2 - 2x + 1 = 2x^2$

$x^2 - 8x + x^2 - 2x - 2x^2 = -16 - 1$

$-10x = -17 \quad | :(-10)$

$x = \frac{-17}{-10}$

$x = 1,7$

Ответ: 1,7

5)  $2x^2 + 3x - 8 = 5x^2 + 4x - (-5 + 3x^2)$

$2x^2 + 3x - 8 = 5x^2 + 4x + 5 - 3x^2$

$2x^2 + 3x - 5x^2 - 4x + 3x^2 = 5 + 8$

$2x^2 + 3x - 5x^2 - 4x + 3x^2 = 5 + 8$

$-x = 13 \quad | :(-1)$

$x = -13$

Ответ: -13

**Задание 7.** Решите уравнение. Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

$$1) \quad \frac{5}{x-12} = \frac{12}{x-5}$$

$$5(x-5) = (x-12) \cdot 12 \quad \begin{cases} x-12 \neq 0 \\ x-5 \neq 0 \end{cases}$$

$$5x - 25 = 12x - 144$$

$$5x - 12x = -144 + 25 \quad \begin{cases} x \neq 12 \\ x \neq 5 \end{cases}$$

$$-7x = -119 \quad | :(-7)$$

$$x = -119 : (-7)$$

$$x = 17$$

Ответ: 17

$$2) \quad \frac{7x+2}{4} + 1 = \frac{5x}{3}$$

$$\frac{(7x+2)^3}{4} + \frac{1^{12}}{1} = \frac{5x^4}{3}$$

$$\frac{21x+6}{12} + \frac{12}{12} = \frac{20x}{12} \quad | \cdot 12$$

$$21x+6+12 = 20x$$

$$21x - 20x = -6 - 12$$

$$x = -18$$

Ответ: -18

$$3) \quad -5 + \frac{x}{3} = \frac{x+8}{6}$$

$$\frac{-5^6}{1} + \frac{x^{12}}{3} = \frac{(x+8)}{6}$$

$$\frac{-30}{6} + \frac{2x}{6} = \frac{x+8}{6} \quad | \cdot 6$$

$$-30 + 2x = x + 8$$

$$2x - x = 8 + 30$$

$$x = 38$$

Ответ: 38

## 09. Уравнения

### Блок 3. Типовые экзаменационные варианты

#### ПРИМЕРЫ

**Задание 8.** Решите уравнение  $(2x-1)^2 - 4x^2 = 0$ . Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

$$(2x-1)^2 - 4x^2 = 0$$

или  $(2x-1)^2 - 4x^2 = 0$

$$4x^2 - 4x + 1 - 4x^2 = 0$$

$$(2x-1)^2 - (2x)^2 = 0 \text{ — разность квадратов}$$

$$-4x = -1 \quad | :(-4)$$

$$(2x-1-2x)(2x-1+2x) = 0$$

$$x = \frac{-1}{-4}$$

$$-1 \cdot (4x-1) = 0$$

$$x = 0,25$$

$$4x - 1 = 0$$

$$4x = 1 \quad | :4$$

$$(2x-1)^2 = (2x-1)(2x-1) =$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$= 4x^2 - 2x - 2x + 1 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$x = 0,25$$

Ответ: 0,25

**Задание 9.** Решите уравнение  $\frac{1}{4}x^2 - 4 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

$$\frac{1}{4}x^2 - 4 = 0 \quad | \cdot 4$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 - 4^2 = 0 \quad - \text{ разность квадратов}$$

$$(x-4)(x+4) = 0$$

$$ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ или } b = 0$$

$$x - 4 = 0 \quad \text{или} \quad x + 4 = 0$$

$$x = 4 \quad \quad \quad x = -4$$

*меньший корень*

Ответ:  $-4$

**Задание 10.** Решите уравнение  $-\frac{3}{5}x^2 + 15 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

$$-\frac{3}{5}x^2 + 15 = 0 \quad | \cdot 5$$

$$-3x^2 + 75 = 0 \quad | :(-3)$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 - 5^2 = 0 \quad - \text{ разность квадратов}$$

$$(x-5)(x+5) = 0$$

$$ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ или } b = 0$$

$$x - 5 = 0 \quad \quad \quad \text{или} \quad x + 5 = 0$$

$$x = 5 \quad \quad \quad x = -5$$

*больший корень*

Ответ:  $5$