

09. Уравнения

Блок 1. ФИПИ

ПРИМЕРЫ

Задание 1. Решите уравнение.

$1) \quad 7x+6=3x$ $7x-3x=-6$ $4x=-6 \quad :4$ $x=\frac{-6}{4}$ $x=-1,5$ <p>Ответ: -1,5</p>	$2) \quad 3+4x=9x-11$ $4x-9x=-11-3$ $-5x=-14 \quad :(-5)$ $x=\frac{-14}{-5}$ $x=2,8$ <p>Ответ: 2,8</p>	$3) \quad 2(x+5)=-9$ <p style="text-align: right;"><i>или</i></p> $2x+10=-9 \quad :2$ $2x=-9-10$ $2x=-19 \quad :2$ $x=-9,5$ <p>Ответ: -9,5</p>
--	---	--

$4) \quad \frac{x^{18}}{1} - \frac{x}{18} = -\frac{34}{9}$ $\frac{18x}{18} - \frac{x}{18} = -\frac{68}{18} \quad \cdot 18$ $18x-x=-68$ $17x=-68 \quad :17$ $x=-68:17$ $x=-4$ <p>Ответ: -4</p>	$5) \quad \frac{16}{x+3} = -\frac{8}{11} \quad :8$ $\frac{2}{x+3} = -\frac{1}{11}$ $x+3 \neq 0 \quad x \neq -3$ <p>по правилу пропорции:</p> $2 \cdot 11 = (x+3) \cdot (-1)$ $22 = -x-3$ $x = -3-22$ $x = -25$ <p>Ответ: -25</p>	<p style="text-align: right;"><i>или</i></p> $\frac{16}{x+3} = -\frac{8}{11}^{(2)}$ $\frac{16}{x+3} = \frac{16}{-22}$ $x+3 = -22$ $x = -22-3$ $x = -25$ <p>Ответ: -25</p>
---	---	---

$6) \quad \frac{5}{x+9} = -2$ $\frac{5}{x+9} = -\frac{2}{1}$ $x+9 \neq 0 \quad x \neq -9$ <p>по правилу пропорции:</p> $5 \cdot 1 = (x+9) \cdot (-2)$ $5 = -2x-18$ $2x = -18-5$ $2x = -23 \quad :2$ $x = -11,5$ <p>Ответ: -11,5</p>	$7) \quad (x+2)^2 = (7-x)^2$ $x^2+4x+4 = 49-14x+x^2$ $x^2+4x+14x-x^2 = 49-4$ $18x = 45 \quad :18$ $x = \frac{45}{18}$ $x = 2,5$ $(x+2)^2 = (x+2)(x+2) =$ $x^2+2x+2x+4 = x^2+4x+4$ $(7-x)^2 = (7-x)(7-x) =$ $= 49-7x-7x+x^2 = 49-14x+x^2$ <p>Ответ: 2,5</p>	<p style="text-align: right;"><i>или</i></p> $(x+2)^2 = (7-x)^2$ $\begin{cases} x+2 = +(7-x) \\ x+2 = -(7-x) \end{cases}$ $\begin{cases} x+x = 7-2 \\ x+2 = -7+x \end{cases}$ $\begin{cases} 2x = 5 \quad :2 \\ x-x = -7-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2,5 \\ 0x = -9 \text{ (кор.нет)} \end{cases}$ <p>Ответ: 2,5</p>
--	---	---

Задание 2. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

1) $(4x-2)(-2x+5)=0$

$4x-2=0$ или $-2x+5=0$

$4x=2$ $|:4$ $-2x=-5$ $|:(-2)$

$x=\frac{2}{4}$

$x=0,5$

меньший кор.

Ответ: 0,5

2) $7x^2+14x=0$

$7x(x+2)=0$

$7x=0$ $|:7$ или $x+2=0$

$x=0$

$x=-2$

меньший кор.

Ответ: -2

3) $x^2-1=0$

$x^2-1^2=0$ – разность квадратов

$(x-1)(x+1)=0$

$x-1=0$ или $x+1=0$

$x=1$

$x=-1$

меньший кор.

Ответ: -1

4) $9x^2=27x$

$9x^2-27x=0$

$9x(x-3)=0$

$9x=0$ $|:9$ или $x-3=0$

$x=0$

$x=3$

меньший кор.

Ответ: 0

Задание 3. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

1) $(-x+2)(4x+4)=0$

$-x+2=0$

$4x+4=0$

$-x=-2$ $|:(-1)$

$4x=-4$ $|:4$

$x=2$

$x=-1$

больший кор.

Ответ: 2

2) $6x^2-30x=0$

$6x(x-5)=0$

$6x=0$ $|:6$

$x=0$

$x-5=0$

$x=5$

больший кор.

Ответ: 5

3) $x^2-196=0$

$x^2-14^2=0$ – разность квадратов

$(x-14)(x+14)=0$

$x-14=0$

$x+14=0$

$x=14$

$x=-14$

больший кор.

Ответ: 14

4) $8x^2=72x$

$8x^2-72x=0$

$8x(x-9)=0$

$8x=0$ $|:8$

$x=0$

$x-9=0$

$x=9$

больший кор.

Ответ: 9

Задание 4. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

$$1) \quad x^2 + 11 = 12x$$

$$x^2 - 12x + 11 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -12 \quad c = 11 \quad D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 11 = 144 - 44 = 100$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-(-12) + \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{12 + 10}{2} = 11$$

$$x_2 = \frac{-(-12) - \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{12 - 10}{2} = 1$$

меньший корень

Ответ: 1

$$2) \quad x^2 - 5x = 24$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -5 \quad c = -24 \quad D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 25 + 96 = 121$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{5 + 11}{2} = 8$$

$$x_2 = \frac{-(-5) - \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{5 - 11}{2} = -3$$

меньший корень

Ответ: -3

$$3) \quad x^2 - 3x - 28 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -3 \quad c = -28$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-28) = 9 + 112 = 121$$

$$x_1 = \frac{-(-3) + \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{3 + 11}{2} = 7$$

$$x_2 = \frac{-(-3) - \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{3 - 11}{2} = -4$$

меньший корень

Ответ: -4

$$4) \quad 5x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$a = 5 \quad b = -7 \quad c = 2$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-7)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 49 - 40 = 9$$

$$x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{9}}{2 \cdot 5} = \frac{7 + 3}{10} = 1$$

$$x_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{9}}{2 \cdot 5} = \frac{7 - 3}{10} = 0,4$$

меньший корень

Ответ: 0,4

Задание 5. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

$$1) \quad x^2 + 30 = 11x$$

$$x^2 - 11x + 30 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -11 \quad c = 30$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30 = 121 - 120 = 1$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-11) + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{11 + 1}{2} = 6$$

больший корень

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-11) - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{11 - 1}{2} = 5$$

Ответ: 6

$$2) \quad x^2 + x = 20$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$a = 1 \quad b = 1 \quad c = -20$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 1 + 80 = 81$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 + 9}{2} = 4$$

больший корень

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 - 9}{2} = -5$$

Ответ: 4

Задание 5. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

3) $x^2 - 6x - 16 = 0$

$a = 1 \quad b = -6 \quad c = -16$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 36 + 64 = 100$

$x_1 = \frac{-(-6) + \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{6 + 10}{2} = 8$

больший корень

$x_2 = \frac{-(-6) - \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{6 - 10}{2} = -2$

Ответ: 8

4) $2x^2 + 5x + 3 = 0$

$a = 2 \quad b = 5 \quad c = 3$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 - 24 = 1$

$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 + 1}{4} = -1$

больший корень

$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 - 1}{4} = -1,5$

Ответ: -1

09. Уравнения**Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия****ПРИМЕРЫ**

Задание 6. Решите уравнение.

1) $-9 + x = 3x - 7$

$x - 3x = -7 + 9$

$-2x = 2 \quad | :(-2)$

$x = 2 : (-2)$

$x = -1$

Ответ: -1

2) $3 - 4(3x - 5) = 12 - 7x$

$3 - 12x + 20 = 12 - 7x$

$-12x + 7x = 12 - 3 - 20$

$-5x = -11 \quad | :(-5)$

$x = \frac{-11}{-5}$

$x = 2,2$

Ответ: 2,2

3) $x - 1 - 2(x + 2) = -3(1 - x) + 8$

$x - 1 - 2x - 4 = -3 + 3x + 8$

$x - 2x - 3x = -3 + 8 + 1 + 4$

$x - 2x - 3x = -3 + 8 + 1 + 4$

$-4x = 10 \quad | :(-4)$

$x = \frac{10}{-4}$

$x = -2,5$

Ответ: -2,5

4) $(x - 4)^2 + (x - 1)^2 = 2x^2$

$x^2 - 8x + 16 + x^2 - 2x + 1 = 2x^2$

$x^2 - 8x + x^2 - 2x - 2x^2 = -16 - 1$

$-10x = -17 \quad | :(-10)$

$x = \frac{-17}{-10}$

$x = 1,7$

Ответ: 1,7

5) $2x^2 + 3x - 8 = 5x^2 + 4x - (-5 + 3x^2)$

$2x^2 + 3x - 8 = 5x^2 + 4x + 5 - 3x^2$

$2x^2 + 3x - 5x^2 - 4x + 3x^2 = 5 + 8$

$2x^2 + 3x - 5x^2 - 4x + 3x^2 = 5 + 8$

$-x = 13 \quad | :(-1)$

$x = -13$

Ответ: -13

Задание 7. Решите уравнение. Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

$$1) \quad \frac{5}{x-12} = \frac{12}{x-5}$$

$$5(x-5) = (x-12) \cdot 12 \quad \begin{cases} x-12 \neq 0, \\ x-5 \neq 0 \end{cases}$$

$$5x - 25 = 12x - 144$$

$$5x - 12x = -144 + 25 \quad \begin{cases} x \neq 12, \\ x \neq 5 \end{cases}$$

$$-7x = -119 \quad | :(-7)$$

$$x = -119 : (-7)$$

$$x = 17$$

Ответ: 17

$$2) \quad \frac{7x+2}{4} + 1 = \frac{5x}{3}$$

$$\frac{(7x+2)^3}{4} + \frac{1^{12}}{1} = \frac{5x^4}{3}$$

$$\frac{21x+6}{12} + \frac{12}{12} = \frac{20x}{12} \quad | \cdot 12$$

$$21x+6+12 = 20x$$

$$21x - 20x = -6 - 12$$

$$x = -18$$

Ответ: -18

$$3) \quad -5 + \frac{x}{3} = \frac{x+8}{6}$$

$$\frac{-5^6}{1} + \frac{x^{12}}{3} = \frac{(x+8)}{6}$$

$$\frac{-30}{6} + \frac{2x}{6} = \frac{x+8}{6} \quad | \cdot 6$$

$$-30 + 2x = x + 8$$

$$2x - x = 8 + 30$$

$$x = 38$$

Ответ: 38

09. Уравнения

Блок 3. Типовые экзаменационные варианты

ПРИМЕРЫ

Задание 8. Решите уравнение $(2x-1)^2 - 4x^2 = 0$. Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

$$(2x-1)^2 - 4x^2 = 0$$

или $(2x-1)^2 - 4x^2 = 0$

$$4x^2 - 4x + 1 - 4x^2 = 0$$

$$(2x-1)^2 - (2x)^2 = 0 \text{ — разность квадратов}$$

$$-4x = -1 \quad | :(-4)$$

$$(2x-1-2x)(2x-1+2x) = 0$$

$$x = \frac{-1}{-4}$$

$$-1 \cdot (4x-1) = 0$$

$$x = 0,25$$

$$4x - 1 = 0$$

$$4x = 1 \quad | :4$$

$$(2x-1)^2 = (2x-1)(2x-1) =$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$= 4x^2 - 2x - 2x + 1 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$x = 0,25$$

Ответ: 0,25

Задание 9. Решите уравнение $\frac{1}{4}x^2 - 4 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

$$\frac{1}{4}x^2 - 4 = 0 \quad | \cdot 4$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 - 4^2 = 0 \quad - \text{ разность квадратов}$$

$$(x-4)(x+4) = 0$$

$$ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ или } b = 0$$

$$x - 4 = 0 \quad \text{или} \quad x + 4 = 0$$

$$x = 4 \quad \quad \quad x = -4$$

меньший корень

Ответ: -4

Задание 10. Решите уравнение $-\frac{3}{5}x^2 + 15 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

$$-\frac{3}{5}x^2 + 15 = 0 \quad | \cdot 5$$

$$-3x^2 + 75 = 0 \quad | : (-3)$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 - 5^2 = 0 \quad - \text{ разность квадратов}$$

$$(x-5)(x+5) = 0$$

$$x - 5 = 0 \quad \quad \quad \text{или} \quad x + 5 = 0$$

$$x = 5 \quad \quad \quad x = -5$$

больший корень

Ответ: 5