

04. Теория вероятностей

Часть 1. ФИПИ (www.fipi.ru)

1) Классическое определение вероятности

а) Простые задачи

1. В группе туристов 300 человек. Их вертолёт доставляет в труднодоступный район, перевозя по 15 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист В. полетит первым рейсом вертолёта.
2. В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают шестерых человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?
3. В сборнике билетов по географии всего 40 билетов, в 14 из них встречается вопрос по теме «Страны Африки». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по теме «Страны Африки».
4. В сборнике билетов по математике всего 45 билетов, в 9 из них встречается вопрос по теме «Неравенства». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Неравенства».
5. В сборнике билетов по математике всего 48 билетов, в 12 из них встречается вопрос по теме «Логарифмы». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по теме «Логарифмы».
6. В сборнике билетов по химии всего 15 билетов, в 6 из них встречается вопрос по теме «Кислоты». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Кислоты».
7. В сборнике билетов по биологии всего 50 билетов, в 9 из них встречается вопрос по членистоногим. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по членистоногим.
8. В сборнике билетов по истории всего 20 билетов, в 18 из них встречается вопрос о Смутном времени. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос о Смутном времени.
9. В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 13 из них встречается вопрос про Александра Второго. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос про Александра Второго.
10. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по логарифмам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по логарифмам.
11. Дима, Марат, Петя, Надя и Света бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.
12. Миша, Олег, Настя и Галя бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет не Галя.
13. Тоня, Арина, Маша, Денис, Лёня и Максим бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет девочка.
14. Серёжа, Саша, Ира, Соня, Женя, Толя, Ксюша и Федя бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет не Ксюша.

- 15.** В среднем из 900 садовых насосов, поступивших в продажу, 27 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
- 16.** В среднем из 1200 садовых насосов, поступивших в продажу, 24 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
- 17.** В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 18 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
- 18.** Фабрика выпускает сумки. В среднем 19 сумок из 160 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов. Результат округлите до сотых.
- 19.** Фабрика выпускает сумки. В среднем на 140 качественных сумок приходится 3 сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.
- 20.** Фабрика выпускает сумки. В среднем на 170 качественных сумок приходится 15 сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.
- 21.** Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 7, но не дойдя до отметки 1.
- 22.** Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 5, но не дойдя до отметки 8.
- 23.** В классе 16 учащихся, среди них два друга – Вадим и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Сергей окажутся в одной группе.
- 24.** В классе 21 учащийся, среди них две подруги – Света и Нина. Класс случайным образом делят на семь групп, по 3 человека в каждой. Найдите вероятность того, что Света и Нина окажутся в одной группе.
- 25.** В классе 26 семиклассников, среди них два близнеца – Иван и Игорь. Класс случайным образом делят на две группы, по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Иван и Игорь окажутся в разных группах.
- 26.** В школе 51 пятиклассник, среди них – Саша и Настя. Всех пятиклассников случайным образом делят на три группы, по 17 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Саша и Настя окажутся в одной группе.

б) Монета

- 27.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл не выпадет ни разу.
- 28.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.
- 29.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет оба раза.
- 30.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что решка выпадет все три раза.
- 31.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.

32. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Биолог» начнёт игру с мячом не более одного раза.

33. Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выигрывает жребий ровно два раза.

34. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Сапфир» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Сапфир» начнёт игру с мячом все три раза.

в) Кубик

35. В случайном эксперименте бросают две игральные кости (кубика). Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.

36. В случайном эксперименте бросают две игральные кости (кубика). Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 11 очков. Результат округлите до сотых.

37. В случайном эксперименте бросают две игральные кости (кубика). Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 9 очков. Результат округлите до сотых.

38. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7. Результат округлите до тысячных.

г) Порядок выступлений

39. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 70 докладов: в первый день 28 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

40. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 80 докладов – первые два дня по 12 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвёртым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

41. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 40 доклада – первые два дня по 14 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвёртым днями. На конференции планируется доклад профессора К. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора К. окажется запланированным на последний день конференции?

42. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 55 докладов – они распределены поровну между всеми днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

- 43.** Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 80 выступлений – по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 16 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?
- 44.** Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 75 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 27 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?
- 45.** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 4 прыгуна из Франции и 9 прыгунов из Колумбии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двенадцатым будет выступать прыгун из Колумбии.
- 46.** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 40 спортсменов, среди них 10 прыгунов из Италии и 2 прыгуна из Мексики. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать первым будет выступать прыгун из Италии.
- 47.** В соревнованиях по толканию ядра участвуют 10 спортсменов из Аргентины, 3 из Бразилии, 7 из Парагвая и 5 из Уругвая. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Бразилии.
- 48.** В соревнованиях по толканию ядра участвуют 8 спортсменов из Греции, 6 из Болгарии, 3 из Румынии и 8 из Венгрии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Греции.
- 49.** В чемпионате по гимнастике участвуют 56 спортсменок: 27 из Норвегии, 15 из Дании, остальные из Швеции. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Швеции.
- 50.** В чемпионате по гимнастике участвуют 70 спортсменок: 29 из Сербии, 27 из Хорватии, остальные из Словении. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Словении.
- 51.** Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 бадминтонистов, среди которых 22 спортсмена из России, в том числе Игорь Чаев. Найдите вероятность того, что в первом туре Игорь Чаев будет играть с каким-либо бадминтонистом из России.
- 52.** Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 спортсменов, среди которых 13 спортсменов из России, в том числе Андрей Фомин. Найдите вероятность того, что в первом туре Андрей Фомин будет играть с каким-либо спортсменом из России.

53. Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 спортсменов, среди которых 17 спортсменов из России, в том числе Денис Полянкин. Найдите вероятность того, что в первом туре Денис Полянкин будет играть с каким-либо спортсменом из России.

54. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 46 спортсменов, среди которых 28 спортсменов из России, в том числе Дмитрий Тоснин. Найдите вероятность того, что в первом туре Дмитрий Тоснин будет играть с каким-либо спортсменом из России.

55. На олимпиаде по математике 550 участников разместили в четырёх аудиториях. В первых трёх удалось разместить по 110 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

56. На олимпиаде по обществознанию 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 110 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

57. На олимпиаде по русскому языку 350 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 140 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

II) Формулы сложения и умножения вероятностей.

a) Сложение вероятностей

58. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,35. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

59. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,25. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,35. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

60. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже $36,8^{\circ}\text{C}$, равна 0,87. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура тела окажется $36,8^{\circ}\text{C}$ или выше.

61. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже $36,8^{\circ}\text{C}$, равна 0,94. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура тела окажется $36,8^{\circ}\text{C}$ или выше.

62. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже $36,8^{\circ}\text{C}$, равна 0,89. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура тела окажется $36,8^{\circ}\text{C}$ или выше.

- 63.** Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше 9 задач, равна 0,63. Вероятность того, что А. верно решит больше 8 задач, равна 0,75. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 9 задач.
- 64.** Вероятность того, что на тестировании по физике учащийся А. верно решит больше 6 задач, равна 0,77. Вероятность того, что А. верно решит больше 5 задач, равна 0,83. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 6 задач.
- 65.** Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,94. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
- 66.** Вероятность того, что новый тостер прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,82. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

б) Умножение вероятностей

- 67.** Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,32. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
- 68.** Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,6. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,45. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
- 69.** Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
- 70.** Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.
- 71.** Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.
- 72.** Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде не удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы, а вероятность ничьей равна 0,1. Результат округлите до сотых.