12. Расчёты по формулам
Блок 1. ФИПИ
ПРИМЕРЫ

Задание 1. В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C=6000+4100\cdot n$, где n – число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 7 колец.

Задание 2. В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C=150+12\cdot(t-5)$, где t – длительность поездки, выраженная в минутах (t>5). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 11-минутной поездки.

Задание 3. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F=1{,}8t_C+32$, где t_C – градусы Цельсия, t_F – градусы Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -45 градусов по шкале Цельсия?

Задание 4. Чтобы перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C=\frac{5}{9}(t_F-32)$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 113 градусов по шкале Фаренгейта?

Задание 5. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P=I^2R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R, если мощность составляет 101,25 Вт, а сила тока равна 4,5 А. Ответ дайте в омах.

Задание 6. Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a=\omega^2R$, где ω – угловая скорость (в с$^{-1}$), а R – радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость равна 7,5 с$^{-1}$, а центростремительное ускорение равно 337,5 м/с^2. Ответ дайте в метрах.

Задание 7. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S=\frac{d_1d_2\sin\alpha}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2, если $d_1=12$, $\sin\alpha=\frac{7}{9}$, а $S=46{,}2$.

Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия

ПРИМЕРЫ

Задание 8. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n – число шагов, l – длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 60$ см, $n = 1300$? Ответ выразите в километрах.

Задание 9. Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l – длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 11 секунд.

Задание 10. Закон Кулона можно записать в виде $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$, где F – сила взаимодействия зарядов (в ньютонах), q_1 и q_2 – величины зарядов (в кулонах), k – коэффициент пропорциональности (в Н·м²/Кл²), а r – расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найдите величину заряда q_2 (в кулонах), если $k = 9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл², $q_1 = 0{,}008$ Кл, $r = 400$ м, а $F = 0{,}225$ Н.

Задание 11. Закон всемирного тяготения можно записать в виде $F = \gamma\frac{m_1 m_2}{r^2}$, где F – сила притяжения между телами (в ньютонах), m_1 и m_2 – массы тел (в килограммах), r – расстояние между центрами масс (в метрах), а γ – гравитационная постоянная, равная $6.67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг². Пользуясь формулой, найдите массу тела m_1 (в килограммах), если $F = 0{,}64032$ Н, $m_2 = 4 \cdot 10^9$ кг, а $r = 5$ м.

Задание 12. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P – давление (в паскалях), V – объём (в м³), ν – количество вещества (в молях), T – температура (в градусах Кельвина), а R – универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/(К·моль). Пользуясь этой формулой, найдите объём V (в м³), если $T = 300$ К, $P = 53\,848{,}8$ Па, $\nu = 32{,}4$ моль.

Задание 13. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \nu RT$, где P – давление (в паскалях), V – объём (в м³), ν – количество вещества (в молях), T – температура (в градусах Кельвина), а R – универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/(К·моль). Пользуясь формулой, найдите температуру T (в градусах Кельвина), если $P = 70\,219{,}5$ Па, $\nu = 29{,}9$ моль, $V = 2{,}3$ м³.

Блок 3. Типовые экзаменационные варианты

ПРИМЕРЫ

Задание 14. Высота деревянного стеллажа для книг равна $h=(a+b)n+a$ миллиметров, где a – толщина одной доски (в мм), b – высота одной полки (в миллиметрах), n – число таких полок. Найдите высоту книжного стеллажа из 8 полок, если $a=18$ мм, $b=310$ мм. Ответ выразите в миллиметрах.

Задание 15. Закон Гука можно записать в виде $\mathrm{F}=\mathrm{k}x$, где F – сила (в ньютонах), с которой сжимают пружину, x – абсолютное удлинение (сжатие) пружины (в метрах), а k – коэффициент упругости. Пользуясь этой формулой, найдите x (в метрах), если $\mathrm{F}=80$ Н и $\mathrm{k}=5\,\frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Задание 16. Закон Джоуля–Ленца можно записать в виде $Q=\mathrm{I}^2\mathrm{Rt}$, где Q – количество теплоты (в джоулях), I – сила тока (в амперах), R – сопротивление цепи (в омах), а t – время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите время t (в секундах), если $Q=816{,}75$ Дж, $\mathrm{I}=5{,}5$ А, $\mathrm{R}=9$ Ом.

Задание 17. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P=\frac{\mathrm{U}^2}{\mathrm{R}}$, где U – напряжение (в вольтах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите P (в ваттах), если $\mathrm{R}=9$ Ом, $\mathrm{U}=18$ В.

Задание 18. Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A=\frac{\mathrm{U}^2\mathrm{t}}{\mathrm{R}}$, где U – напряжение (в вольтах), R – сопротивление (в омах), t – время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите A (в джоулях), если $t=8$ с, $\mathrm{U}=6$ В, $\mathrm{R}=2$ Ом.

Задание 19. Кинетическая энергия тела (в джоулях) вычисляется по формуле $E=\frac{\mathrm{m}v^2}{2}$, где m – масса тела (в килограммах), а v – его скорость (в метрах в секунду). Пользуясь этой формулой, найдите E (в джоулях), если $v=5$ м/с и $\mathrm{m}=12$ кг.

Задание 20. Энергия заряженного конденсатора W (в Дж) вычисляется по формуле $W=\frac{\mathrm{CU}^2}{2}$, где C – ёмкость конденсатора (в Ф), а U – разность потенциалов на обкладках конденсатора (в В). Найдите энергию конденсатора W (в Дж) ёмкостью 10^{-4} Ф, если разность потенциалов U на обкладках конденсатора равна 8 В.

Задание 21. Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S=\frac{abc}{4R}$, где a, b и c – стороны треугольника, а R – радиус окружности, описанной около этого треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите S, если $a=11$, $b=13$, $c=20$ и $R=\frac{65}{6}$.

Задание 22. Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности можно найти по формуле $r=\frac{a+b-c}{2}$, где a и b – катеты, а c – гипотенуза треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите c, если $a=12$, $b=35$ и $r=5$.

Задание 23. Теорему косинусов можно записать в виде $\cos\alpha=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$, где a, b и c – стороны треугольника, а α – угол между сторонами a и b. Пользуясь этой формулой, найдите величину $\cos\alpha$, если $a=3$, $b=8$ и $c=7$.

Задание 24. Длина медианы m_c, проведённой к стороне с треугольника со сторонами a, b и c, вычисляется по формуле $m_c=\frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{2}$. Найдите медиану m_c, если $a=4$, $b=7$ и $c=9$.

Задание 25. Длина биссектрисы l_c, проведённой к стороне с треугольника со сторонами a, b и c, вычисляется по формуле $l_c=\frac{1}{a+b}\sqrt{ab((a+b)^2-c^2)}$. Найдите длину биссектрисы l_c, если $a=7$, $b=21$ и $c=26$.

Задание 26. Площадь треугольника вычисляется по формуле $S=\frac{1}{2}bc\sin\alpha$, где b и c – две стороны треугольника, а α – угол между ними. Пользуясь этой формулой, найдите $\sin\alpha$, если $b=10$, $c=5$ и $S=20$.

Задание 27. Радиус описанной около треугольника окружности можно найти по формуле $R=\frac{a}{2\sin\alpha}$, где a – сторона треугольника, α – противолежащий этой стороне угол, а R – радиус описанной около этого треугольника окружности. Пользуясь этой формулой, найдите R, если $a=7$, а $\sin\alpha=\frac{5}{14}$.

Задание 28. Теорему синусов можно записать в виде $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}$, где a и b – две стороны треугольников, а α и β – углы треугольника, лежащие против них соответственно. Пользуясь этой формулой, найдите величину a, если $b=15$, $\sin\alpha=\frac{4}{5}$ и $\sin\beta=\frac{12}{13}$.

Задание 29. Площадь прямоугольника можно вычислить по формуле $S=\frac{d^2\sin\alpha}{2}$, где d – длина диагонали, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите площадь S, $d=12$ и $\sin\alpha=\frac{5}{6}$.