08. Квадратные корни и степени
Блок 1. ФИПИ
ПРИМЕРЫ

1.1) Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{64a^{10}}{a^6}}$ при $a=5$

$$\sqrt{\frac{64a^{10}}{a^6}}=\sqrt{64a^4}=8a^2=8\cdot5^2=8\cdot25=200$$

1.2) Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{81x^2}{y^4}}$ при $x=2,\ y=6$

$$\sqrt{\frac{81x^2}{y^4}}=\frac{9x}{y^2}=\frac{9\cdot2}{6^2}=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}^{(5}=\frac{5}{10}=0{,}5$$

1.3) Найдите значение выражения $\sqrt{4x^8y^2}$ при $x=3,\ y=10$

$$\sqrt{4x^8y^2}=2x^4y=2\cdot3^4\cdot10=2\cdot81\cdot10=1620$$

1.4) Найдите значение выражения $\sqrt{(-a)^6\cdot a^4}$ при $a=2$

$$\sqrt{(-a)^6\cdot a^4}=\sqrt{a^6\cdot a^4}=\sqrt{a^{10}}=a^5=2^5=32$$

1.5) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{49a^{11}}\cdot\sqrt{16b^6}}{\sqrt{a^7b^6}}$ при $a=4,\ b=11$

$$\frac{\sqrt{49a^{11}}\cdot\sqrt{16b^6}}{\sqrt{a^7b^6}}=\sqrt{\frac{49a^{11}\cdot16b^6}{a^7b^6}}=\sqrt{49a^4\cdot16}=7a^2\cdot4=7\cdot4^2\cdot4=7\cdot16\cdot4=448$$

1.6) Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{1}{100}\cdot x^4y^6}$ при $x=5,\ y=2$

$$\sqrt{\frac{1}{100}\cdot x^4y^6}=\frac{1}{10}\cdot x^2y^3=\frac{1}{10}\cdot5^2\cdot2^3=\frac{1}{10}\cdot25\cdot8=20$$

1.7) Найдите значение выражения $\sqrt{a^2+18ab+81b^2}$ при $a=2\frac{4}{13},\ b=\frac{1}{13}$

$$\sqrt{a^2+18ab+81b^2}=\sqrt{(a+9b)^2}=|a+9b|=\left|2\frac{4}{13}+9\cdot\frac{1}{13}\right|=\left|2\frac{4}{13}+\frac{9}{13}\right|=\left|2\frac{13}{13}\right|=3$$

1.8) Найдите значение выражения $\sqrt{a^2+16ab+64b^2}$ при $a=9,\ b=-2$

$$\sqrt{a^2+16ab+64b^2}=\sqrt{(a+8b)^2}=|a+8b|=|9+8\cdot(-2)|=|9-16|=|-7|=7$$

1.9) Найдите значение выражения $(\sqrt{28}-\sqrt{7})\cdot\sqrt{7}$

I: $(\sqrt{28}-\sqrt{7})\cdot\sqrt{7}=\sqrt{196}-\sqrt{49}=14-7=7$

II: $(\sqrt{28}-\sqrt{7})\cdot\sqrt{7}=(\sqrt{4\cdot7}-\sqrt{7})\cdot\sqrt{7}=(2\sqrt{7}-\sqrt{7})\cdot\sqrt{7}=\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}=7$

1.10) Найдите значение выражения $\sqrt{7\cdot 12}\cdot\sqrt{21}$

$\sqrt{7\cdot 12}\cdot\sqrt{21}=\sqrt{7\cdot 3\cdot 2\cdot 2\cdot 7\cdot 3}=7\cdot 3\cdot 2=42$

1.11) Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{30}\cdot\sqrt{15}}{\sqrt{18}}$

$\dfrac{\sqrt{30}\cdot\sqrt{15}}{\sqrt{18}}=\sqrt{\dfrac{30\cdot 15}{18}}=\sqrt{\dfrac{5\cdot 15}{3}}=\sqrt{25}=5$

1.12) Найдите значение выражения $4\sqrt{13}\cdot 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{39}$

$4\sqrt{13}\cdot 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{39}=4\cdot 2\sqrt{13\cdot 3\cdot 39}=8\sqrt{13\cdot 3\cdot 3\cdot 13}=8\cdot 13\cdot 3=312$

1.13) Найдите значение выражения $\sqrt{7^4}$

I: $\sqrt{7^4}=7^2=49$

II: $\sqrt{7^4}=\sqrt{7\cdot 7\cdot 7\cdot 7}=7\cdot 7=49$

1.14) Найдите значение выражения $\sqrt{9^5}$

I: $\sqrt{9^5}=\sqrt{(3^2)^5}=\sqrt{3^{10}}=3^5=243$

II: $\sqrt{9^5}=\sqrt{9\cdot 9\cdot 9\cdot 9\cdot 9}=3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3=243$

1.15) Найдите значение выражения $\dfrac{(7\sqrt{11})^2}{110}$

$\dfrac{(7\sqrt{11})^2}{110}=\dfrac{49\cdot 11}{110}=\dfrac{49}{10}=4{,}9$

1.16) Найдите значение выражения $\dfrac{48}{(2\sqrt{6})^2}$

$\dfrac{48}{(2\sqrt{6})^2}=\dfrac{48}{4\cdot 6}=\dfrac{12}{6}=2$

1.17) Найдите значение выражения $(\sqrt{23}-4)(\sqrt{23}+4)$

I: $(\sqrt{23}-4)(\sqrt{23}+4)=23-16=7$

II: $(\sqrt{23}-4)(\sqrt{23}+4)=23+4\sqrt{23}-4\sqrt{23}-16=23-16=7$

1.18) Найдите значение выражения $(\sqrt{15}-\sqrt{7})(\sqrt{15}+\sqrt{7})$

I: $(\sqrt{15}-\sqrt{7})(\sqrt{15}+\sqrt{7})=15-7=8$

II: $(\sqrt{15}-\sqrt{7})(\sqrt{15}+\sqrt{7})=15+\sqrt{105}-\sqrt{105}-7=15-7=8$

1.19) Найдите значение выражения $(\sqrt{14}-3)^2+6\sqrt{14}$

I: $(\sqrt{14}-3)^2+6\sqrt{14}=14-6\sqrt{14}+9+6\sqrt{14}=14+9=23$

II: $(\sqrt{14}-3)^2+6\sqrt{14}=(\sqrt{14}-3)(\sqrt{14}-3)+6\sqrt{14}=$

$=14-3\sqrt{14}-3\sqrt{14}+9+6\sqrt{14}=14+9=23$

2.1) Найдите значение выражения $\frac{a^7 \cdot a^6}{a^{11}}$ при $a=5$

$$\frac{a^7 \cdot a^6}{a^{11}} = \frac{a^{13}}{a^{11}} = a^{13-11} = a^2 = 5^2 = 25$$

2.2) Найдите значение выражения $\frac{a^{12} \cdot a^{-6}}{a^5}$ при $a=7$

I: $\frac{a^{12} \cdot a^{-6}}{a^5} = \frac{a^{12+(-6)}}{a^5} = \frac{a^6}{a^5} = a^{6-5} = a = 7$

II: $\frac{a^{12} \cdot a^{-6}}{a^5} = \frac{a^{12}}{a^5 \cdot a^6} = \frac{a^{12}}{a^{5+6}} = \frac{a^{12}}{a^{11}} = a^{12-11} = a = 7$

2.3) Найдите значение выражения $\frac{(a^5)^4}{a^{17}}$ при $a=4$

$$\frac{(a^5)^4}{a^{17}} = \frac{a^{5 \cdot 4}}{a^{17}} = \frac{a^{20}}{a^{17}} = a^{20-17} = a^3 = 4^3 = 64$$

2.4) Найдите значение выражения $a^{10} \cdot a^5 : a^{11}$ при $a=3$

$$a^{10} \cdot a^5 : a^{11} = a^{10+5} : a^{11} = a^{15} : a^{11} = a^{15-11} = a^4 = 3^4 = 81$$

2.5) Найдите значение выражения $a^{27} \cdot a^{-12} : a^{10}$ при $a=2$

$$a^{27} \cdot a^{-12} : a^{10} = a^{27+(-12)} : a^{10} = a^{15} : a^{10} = a^{15-10} = a^5 = 2^5 = 32$$

2.6) Найдите значение выражения $a^{-23} \cdot (a^4)^6$ при $a=8$

$$a^{-23} \cdot (a^4)^6 = a^{-23} \cdot a^{4 \cdot 6} = a^{-23} \cdot a^{24} = a^{-23+24} = a = 8$$

2.7) Найдите значение выражения $(a^2)^{-7} : a^{-16}$ при $a=6$

$$(a^2)^{-7} : a^{-16} = a^{2 \cdot (-7)} : a^{-16} = a^{-14} : a^{-16} = a^{-14-(-16)} = a^{-14+16} = a^2 = 6^2 = 36$$

2.8) Найдите значение выражения $\frac{(a^3)^9 \cdot a^{11}}{a^{36}}$ при $a=8$

$$\frac{(a^3)^9 \cdot a^{11}}{a^{36}} = \frac{a^{3 \cdot 9} \cdot a^{11}}{a^{36}} = \frac{a^{27} \cdot a^{11}}{a^{36}} = \frac{a^{27+11}}{a^{36}} = \frac{a^{38}}{a^{36}} = a^{38-36} = a^2 = 8^2 = 64$$

2.9) Найдите значение выражения $\frac{a^{19} \cdot (b^4)^3}{(a \cdot b)^{12}}$ при $a=2,\ b=\sqrt{2}$

$$\frac{a^{19} \cdot (b^4)^3}{(a \cdot b)^{12}} = \frac{a^{19} \cdot b^{4 \cdot 3}}{a^{12} \cdot b^{12}} = \frac{a^{19} \cdot b^{12}}{a^{12} \cdot b^{12}} = \frac{a^{19}}{a^{12}} = a^{19-12} = a^7 = 2^7 = 128$$

2.10) Найдите значение выражения $\frac{4^5}{64}$

$$\frac{4^5}{64} = \frac{4^5}{4^3} = 4^{5-3} = 4^2 = 16$$

2.11) Найдите значение выражения $\frac{9^5}{27^3}$

$$\frac{9^5}{27^3}=\frac{(3^2)^5}{(3^3)^3}=\frac{3^{10}}{3^9}=3^{10-9}=3$$

2.12) Найдите значение выражения $\frac{12^7}{2^5\cdot 6^6}$

$$\frac{12^7}{2^5\cdot 6^6}=\frac{2^7\cdot 6^7}{2^5\cdot 6^6}=2^{7-5}\cdot 6^{7-6}=2^2\cdot 6^1=4\cdot 6=24$$

2.13) Найдите значение выражения $\frac{8^{11}\cdot 9^{13}}{72^{11}}$

$$\frac{8^{11}\cdot 9^{13}}{72^{11}}=\frac{8^{11}\cdot 9^{13}}{(8\cdot 9)^{11}}=\frac{8^{11}\cdot 9^{13}}{8^{11}\cdot 9^{11}}=9^{13-11}=9^2=81$$

2.14) Найдите значение выражения $\frac{(5\cdot 8)^9}{5^6\cdot 8^9}$

$$\frac{(5\cdot 8)^9}{5^6\cdot 8^9}=\frac{5^9\cdot 8^9}{5^6\cdot 8^9}=5^{9-6}=5^3=125$$

2.15) Найдите значение выражения $7^{-13}\cdot(7^5)^3$

$$7^{-13}\cdot(7^5)^3=7^{-13}\cdot 7^{5\cdot 3}=7^{-13+15}=7^2=49$$

2.16) Найдите значение выражения $\frac{(10^4)^{-6}}{10^{-27}}$

I: $\frac{(10^4)^{-6}}{10^{-27}}=\frac{10^{4\cdot(-6)}}{10^{-27}}=\frac{10^{-24}}{10^{-27}}=10^{-24-(-27)}=10^{-24+27}=10^3=1000$

II: $\frac{(10^4)^{-6}}{10^{-27}}=\frac{10^{4\cdot(-6)}}{10^{-27}}=\frac{10^{-24}}{10^{-27}}=\frac{10^{27}}{10^{24}}=10^{27-24}=10^3=1000$

2.17) Найдите значение выражения $\frac{5^{-4}\cdot 5^{-12}}{5^{-17}}$

I: $\frac{5^{-4}\cdot 5^{-12}}{5^{-17}}=\frac{5^{-4+(-12)}}{5^{-17}}=\frac{5^{-16}}{5^{-17}}=5^{-16-(-17)}=5^{-16+17}=5$

II: $\frac{5^{-4}\cdot 5^{-12}}{5^{-17}}=\frac{5^{17}}{5^4\cdot 5^{12}}=\frac{5^{17}}{5^{4+12}}=\frac{5^{17}}{5^{16}}=5^{17-16}=5$

2.18) Найдите значение выражения $\frac{1}{3^{-18}}\cdot\frac{1}{3^{15}}$

I: $\frac{1}{3^{-18}}\cdot\frac{1}{3^{15}}=\frac{1}{3^{-18+15}}=\frac{1}{3^{-3}}=\frac{3^3}{1}=27$

II: $\frac{1}{3^{-18}}\cdot\frac{1}{3^{15}}=\frac{3^{18}}{1}\cdot\frac{1}{3^{15}}=3^{18-15}=3^3=27$

2.19) Найдите значение выражения $\frac{6^{-8}\cdot 6^{21}}{6^{10}}$

I: $\frac{6^{-8}\cdot 6^{21}}{6^{10}}=\frac{6^{-8+21}}{6^{10}}=\frac{6^{13}}{6^{10}}=6^{13-10}=6^3=216$

II: $\frac{6^{-8}\cdot 6^{21}}{6^{10}}=\frac{6^{21}}{6^8\cdot 6^{10}}=\frac{6^{21}}{6^{8+10}}=\frac{6^{21}}{6^{18}}=6^{21-18}=6^3=216$

08. Квадратные корни и степени
Блок 2. ФИПИ. Расширенная версия
ПРИМЕРЫ

3.1) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}$

$\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{54}{6}}=\sqrt{9}=3$

3.2) Найдите значение выражения $\sqrt{15\cdot 20\cdot 27}$

$\sqrt{15\cdot 20\cdot 27}=\sqrt{3\cdot 5\cdot 2\cdot 2\cdot 5\cdot 3\cdot 3\cdot 3}=3\cdot 5\cdot 2\cdot 3=90$

3.3) Найдите значение выражения $\sqrt{25\cdot 2^8}$

$\sqrt{25\cdot 2^8}=5\cdot 2^4=5\cdot 16=80$

3.4) Найдите значение выражения $\sqrt{7\cdot 5^2}\cdot\sqrt{7\cdot 3^4}$

$\sqrt{7\cdot 5^2}\cdot\sqrt{7\cdot 3^4}=\sqrt{7\cdot 5^2\cdot 7\cdot 3^4}=7\cdot 5\cdot 3^2=315$

3.5) Найдите значение выражения $\sqrt{2^6\cdot 5^4\cdot 19^2}$

I: $\sqrt{2^6\cdot 5^4\cdot 19^2}=2^3\cdot 5^2\cdot 19=8\cdot 25\cdot 19=3800$

II: $\sqrt{2^6\cdot 5^4\cdot 19^2}=\sqrt{2^2\cdot 2^2\cdot 2^2\cdot 5^2\cdot 5^2\cdot 19^2}=2\cdot 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 19=3800$

3.6) Найдите значение выражения $(2+\sqrt{11})^2+(2-\sqrt{11})^2$

I: $(2+\sqrt{11})^2+(2-\sqrt{11})^2=4+4\sqrt{11}+11+4-4\sqrt{11}+11=15+15=30$

II: $(2+\sqrt{11})^2+(2-\sqrt{11})^2=(2+\sqrt{11})(2+\sqrt{11})+(2-\sqrt{11})(2-\sqrt{11})=$
$=4+2\sqrt{11}+2\sqrt{11}+11+4-2\sqrt{11}-2\sqrt{11}+11=15+15=30$

3.7) Найдите значение выражения $\sqrt{(-21)^2}$

$\sqrt{(-21)^2}=|-21|=21$

3.8) Найдите значение выражения $\sqrt{(2\sqrt{3}-7)^2}+2\sqrt{3}$

$\sqrt{(2\sqrt{3}-7)^2}+2\sqrt{3}=\left|2\sqrt{3}-7\right|+2\sqrt{3}=7-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=7$

$2\sqrt{3}-7<0$ т.к. $2\sqrt{3}=\sqrt{4\cdot 3}=\sqrt{12}$ и $\sqrt{12}-\sqrt{49}<0$

3.9) Найдите значение выражения $\frac{1}{4+\sqrt{14}}+\frac{1}{4-\sqrt{14}}$

$$\frac{1}{4+\sqrt{14}}+\frac{1}{4-\sqrt{14}}=\frac{4-\sqrt{14}}{(4+\sqrt{14})(4-\sqrt{14})}+\frac{4+\sqrt{14}}{(4-\sqrt{14})(4+\sqrt{14})}=\frac{4-\sqrt{14}+4+\sqrt{14}}{16-14}=\frac{8}{2}=4$$

без ФСУ: $(4-\sqrt{14})(4+\sqrt{14})=16+4\sqrt{14}-4\sqrt{14}-14=16-14=2$

3.10) Найдите значение выражения $\frac{1}{\sqrt{37}-6}-\frac{1}{\sqrt{37}+6}$

$$\frac{1}{\sqrt{37}-6}-\frac{1}{\sqrt{37}+6}=\frac{\sqrt{37}+6}{(\sqrt{37}-6)(\sqrt{37}+6)}-\frac{\sqrt{37}-6}{(\sqrt{37}+6)(\sqrt{37}-6)}=\frac{\sqrt{37}+6-\sqrt{37}+6}{37-36}=\frac{12}{1}=12$$

без ФСУ: $(\sqrt{37}+6)(\sqrt{37}-6)=37-6\sqrt{37}+6\sqrt{37}-36=37-36=1$

3.11) Найдите значение выражения $\frac{(6^2\cdot 6^7)^4}{(6\cdot 6^6)^5}$

$$\frac{(6^2\cdot 6^7)^4}{(6\cdot 6^6)^5}=\frac{(6^{2+7})^4}{(6^{1+6})^5}=\frac{(6^9)^4}{(6^7)^5}=\frac{6^{9\cdot 4}}{6^{7\cdot 5}}=\frac{6^{36}}{6^{35}}=6^{36-35}=6$$