# 06. Производная и первообразная
## Часть 1. ФИПИ (www.fipi.ru)

I) Физический смысл производной

**Задание 1.** Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=\frac{1}{2}t^2+4t+27$, где $x$ – расстояние от точки отсчёта в метрах, t – время в секундах, измеренное с момента начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t=2$ с.

**Задание 2.** Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=\frac{1}{3}t^2-2t+44$, где $x$ – расстояние от точки отсчёта в метрах, t – время в секундах, измеренное с момента начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t=6$ с.*

**Задание 3.** Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=\frac{1}{3}t^3-5t^2+45t+$ $+130$, где $x$ – расстояние от точки отсчёта в метрах, t – время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени её скорость была равна 20 м/с?

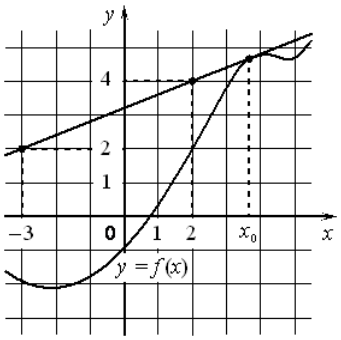
**Задание 4.** Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=\frac{1}{6}t^3+t^2-8t+$ $+180$, где $x$ – расстояние от точки отсчёта в метрах, t – время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени её скорость была равна 40 м/с?

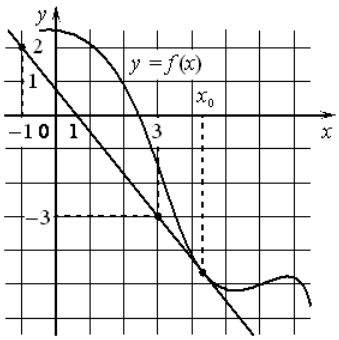
**Задание 5.** Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=\frac{1}{3}t^3-2t^2+3t-$ $-190$, где $x$ – расстояние от точки отсчёта в метрах, t – время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени её скорость была равна 48 м/с?

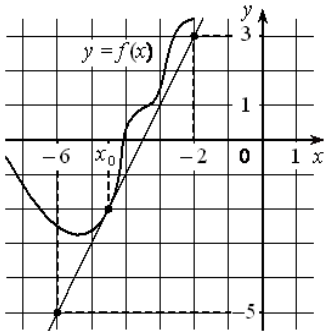
**Задание 6.** Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=\frac{1}{6}t^3-2t^2+6t+$ $+250$, где $x$ – расстояние от точки отсчёта в метрах, t – время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени её скорость была равна 96 м/с?

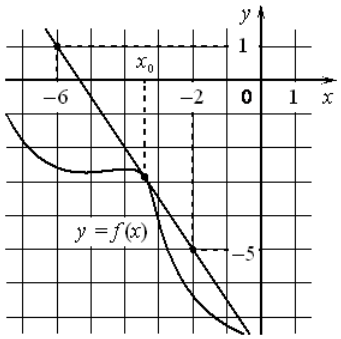
II) Геометрический смысл производной, касательная

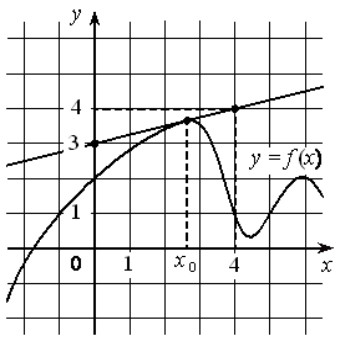
**Задание 7.** На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0$. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0$.

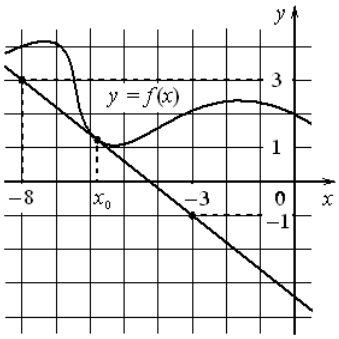
1)



3)


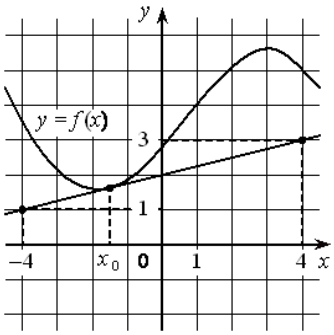

5)


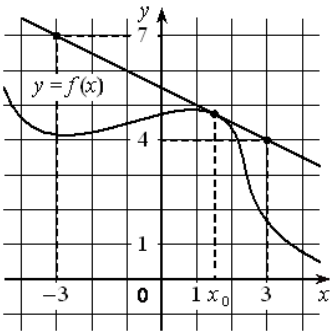

2)


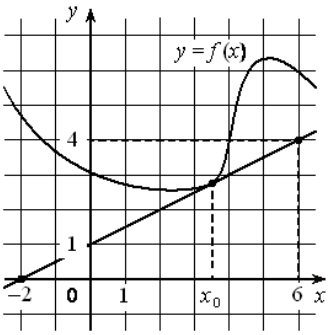

4)


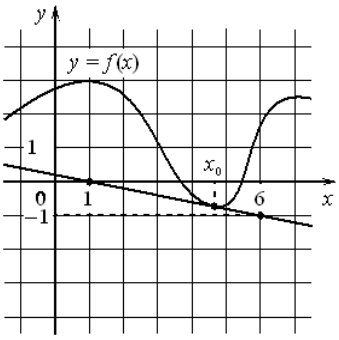

6)


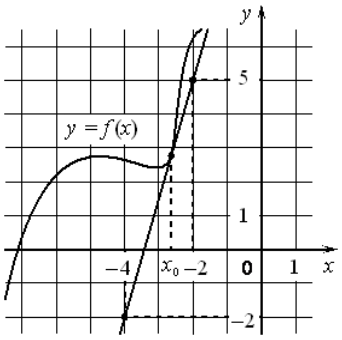
**Задание 8.** На рисунке изображены график дифференцируемой функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0$. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0$.

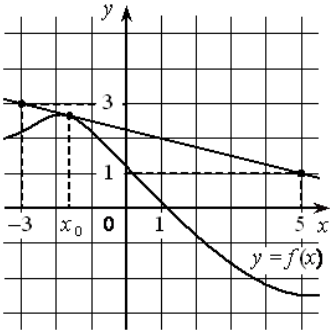
1)


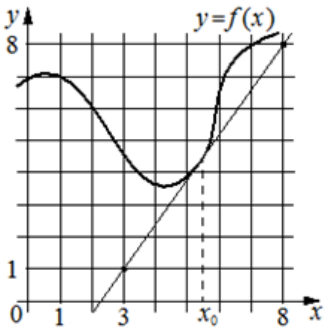

6)


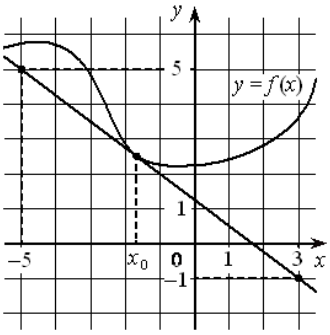

11)


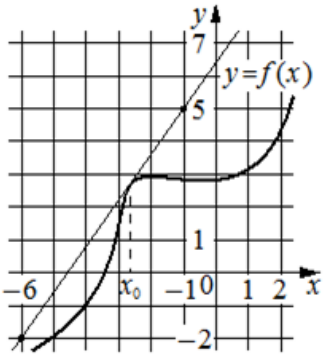

2)


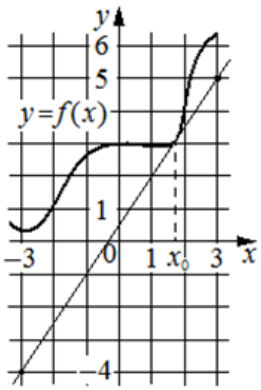

7)


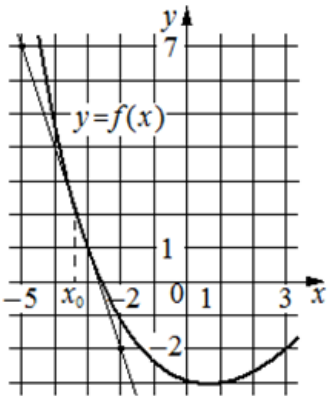

12)


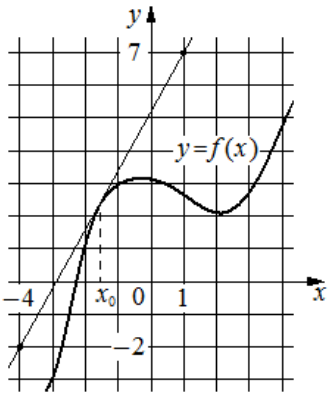

3)


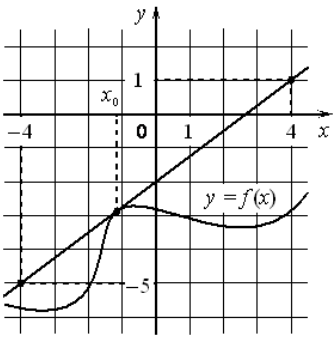

8)


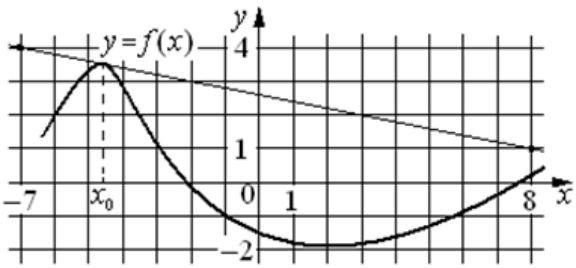

13)


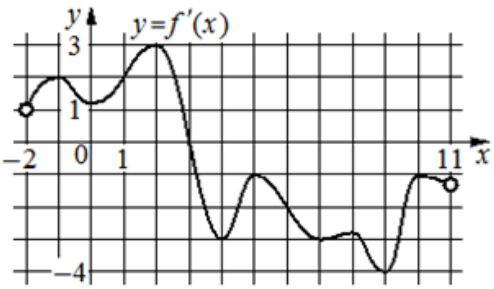

4)



9)


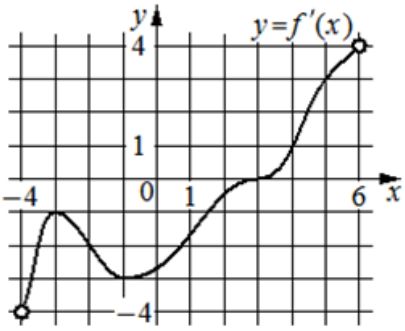

14)



5)


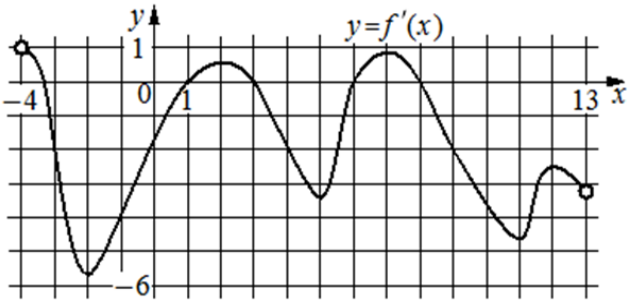

10)





**Задание 9.** На рисунке изображён график $y=f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2;11)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



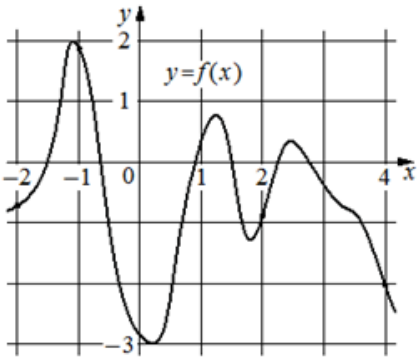

**Задание 10.** На рисунке изображён график $y=f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4;6)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y=3x$ или совпадает с ней.



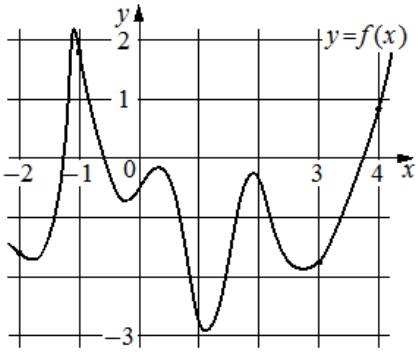

**Задание 11.** На рисунке изображён график $y=f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4;13)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y=f(x)$ …

а) параллельна прямой $y=14$;

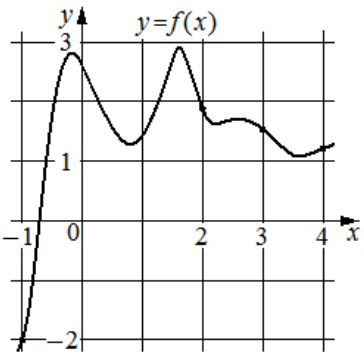
б) параллельна прямой $y=-2x-10$ или совпадает с ней.



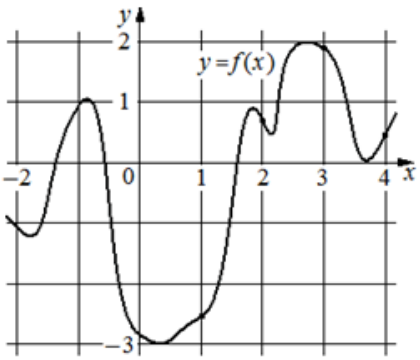

**Задание 12.** На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки $-2,-1,2,4$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



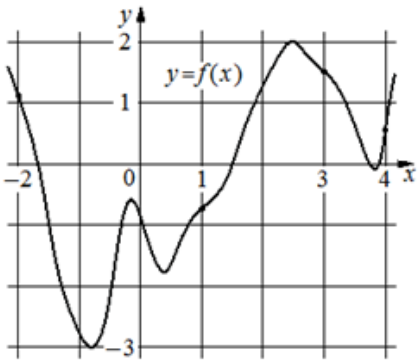

**Задание 13.** На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки $-2,-1,3,4$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.




**Задание 14.** На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки $-1,2,3,4$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.




**Задание 15.** На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки 1, 2, 3, 4. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.




**Задание 16.** На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки $-2, 1, 3, 4$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.

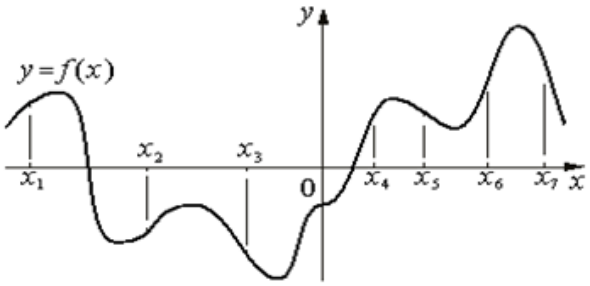
**Задание 17.**

а) Прямая $y=3x+4$ является касательной к графику функции $f(x)=3x^2-3x+c$. Найдите $c$.

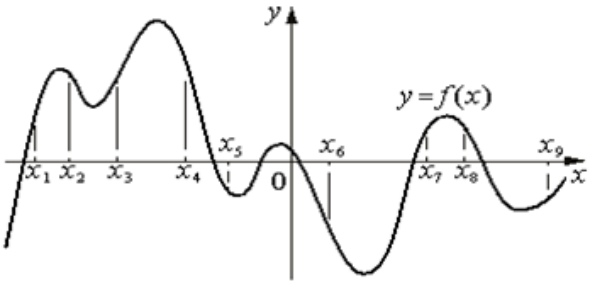
б) Прямая $y=-3x-5$ является касательной к графику функции $f(x)=x^2+7x+c$. Найдите $c$.

## III) Исследование функций (производная)

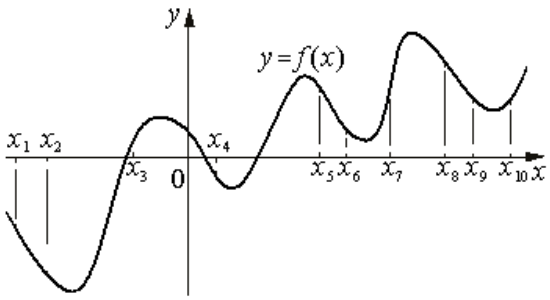
**Задание 18.** На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечены $n$ точек: $x=\{x_1, x_2, x_3, ..., x_n\}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



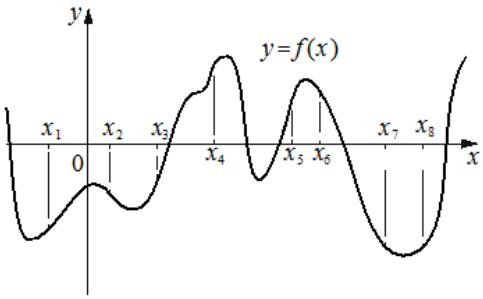

1)



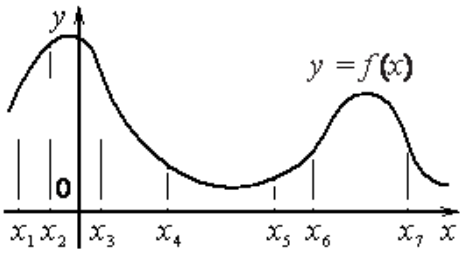

4)



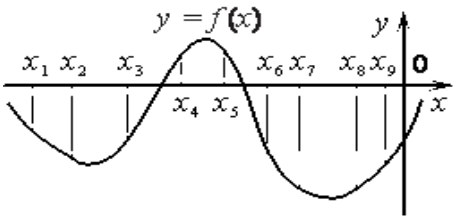

2)




5)



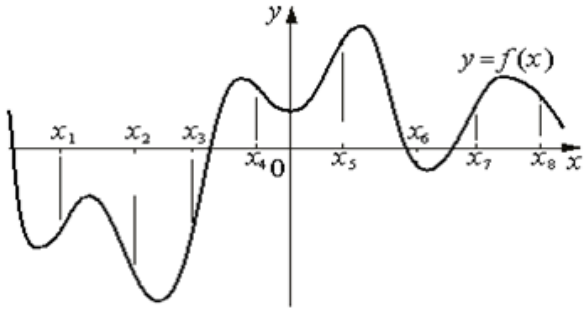

3)



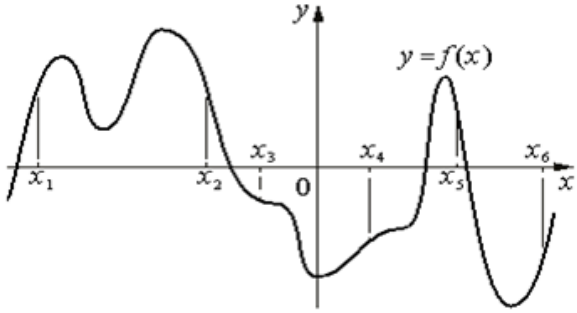

6)

**Задание 19.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены $n$ точек: $x = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?

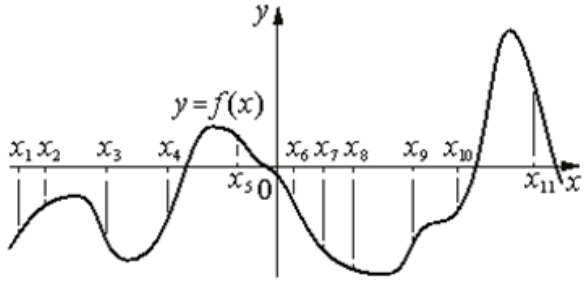
1)



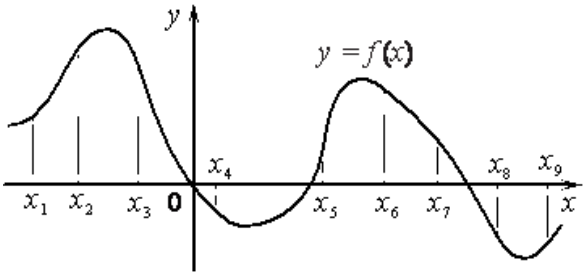

3)




2)

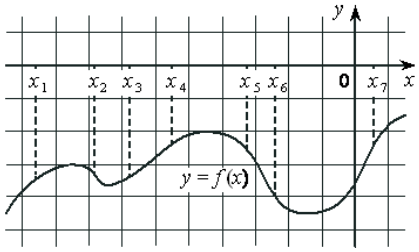



4)

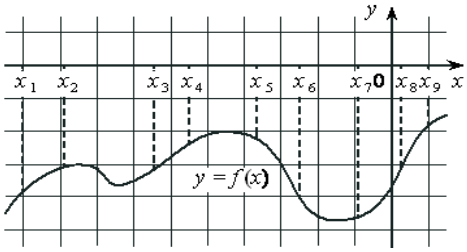



**Задание 20.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены $n$ точек: $x = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?

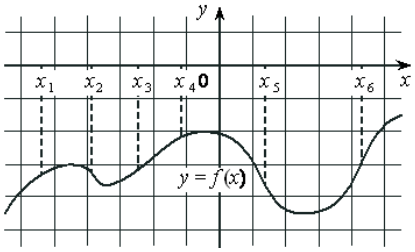
1)



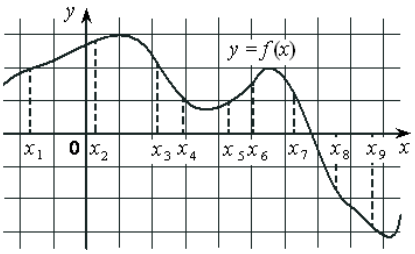

4)



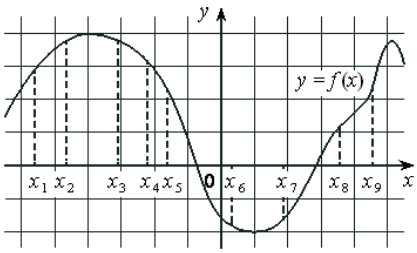

7)



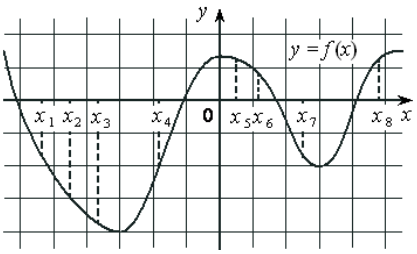

2)



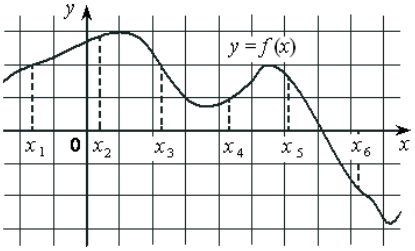

5)



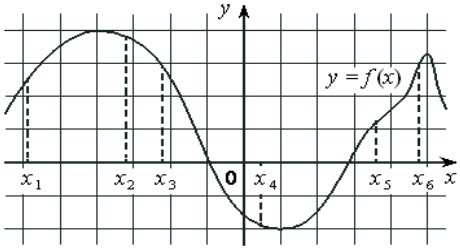

8)



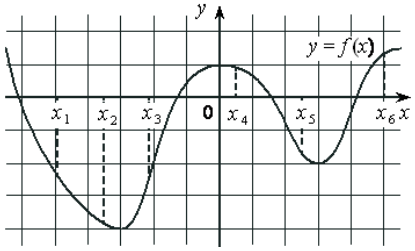

3)



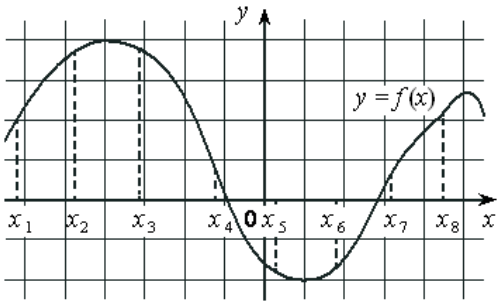

6)

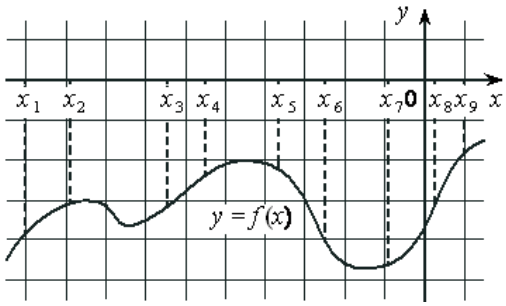


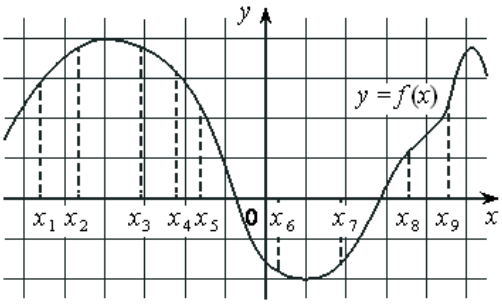

9)

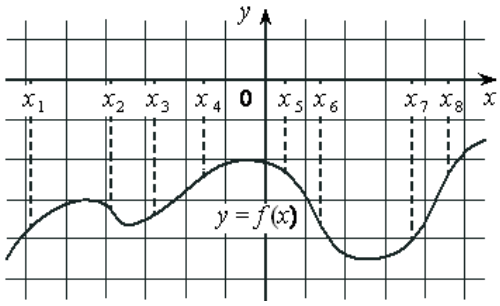


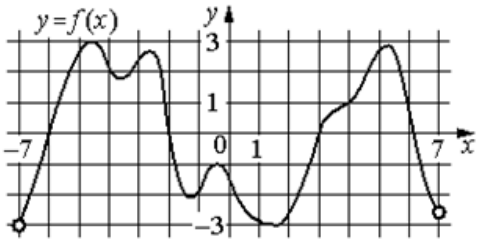
**Задание 21.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены $n$ точек: $x = \{x_1, x_2, x_3, ..., x_n\}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?

1)



3)


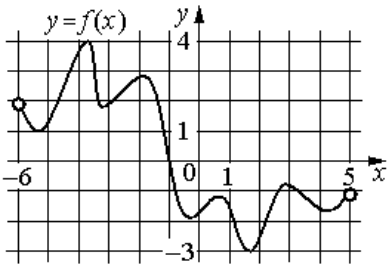

2)



4)


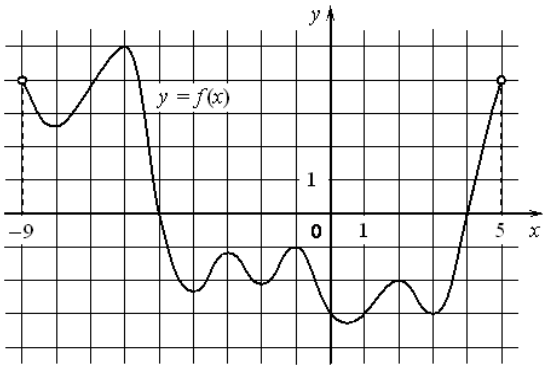

**Задание 22.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции…

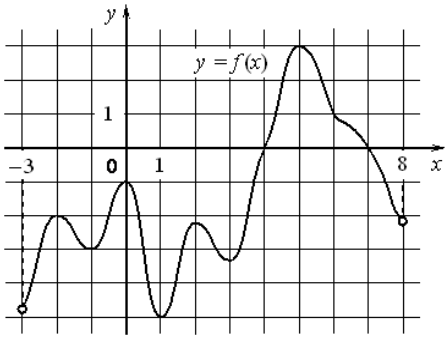
1) положительна;
2) отрицательна?



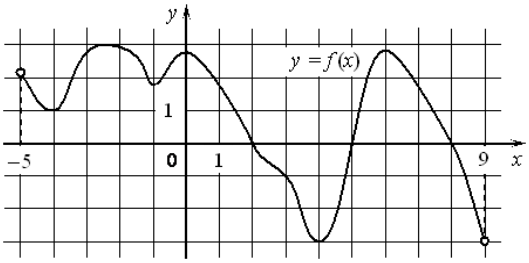

**Задание 23.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

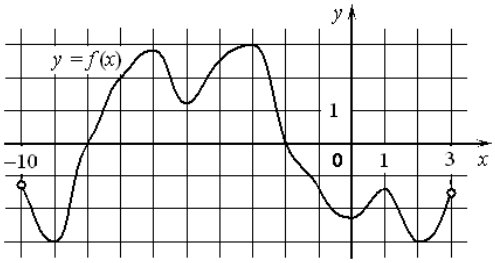
**Задание 24.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(a; b)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.

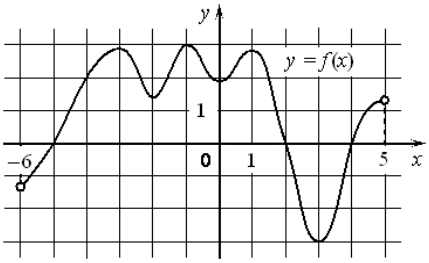
1)


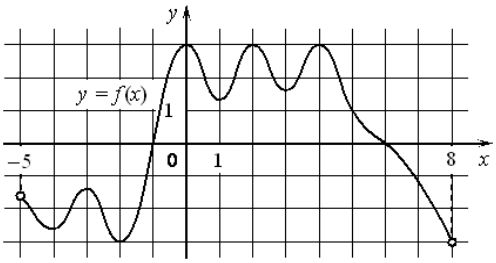

2)


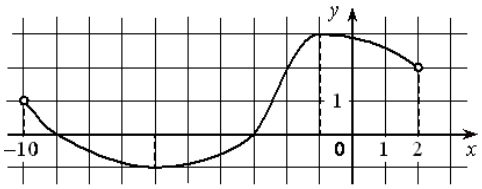
**Задание 25.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(a; b)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.

1)


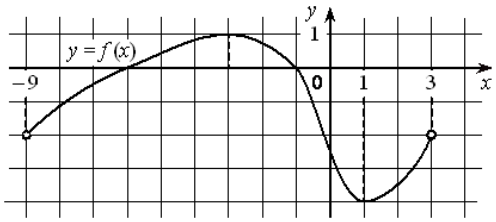

3)



2)


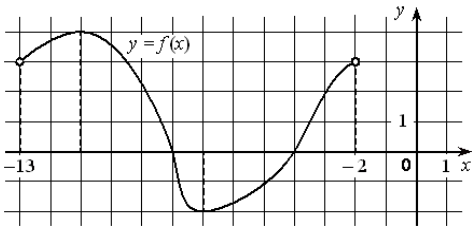

4)


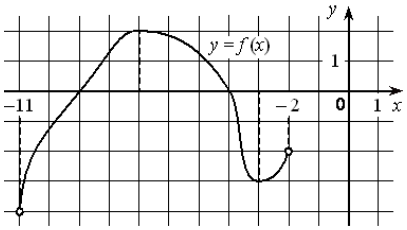

**Задание 26.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-10; 2)$. Найдите точку из отрезка $[-9; -2]$, в которой производная функции $f(x)$ равна 0.



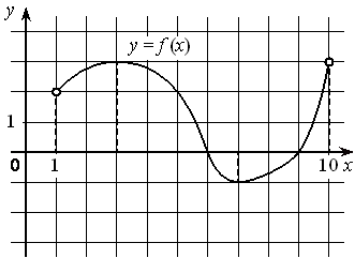

**Задание 27.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-9; 3)$. Найдите точку из отрезка $[-8; 0]$, в которой производная функции $f(x)$ равна 0.



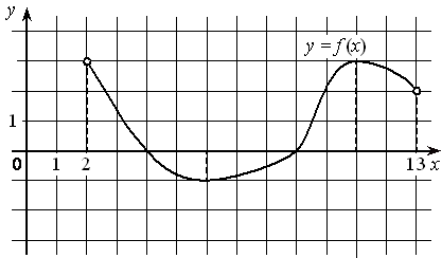

**Задание 28.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-13; -2)$. Найдите точку из отрезка $[-10; -3]$, в которой производная функции $f(x)$ равна 0.



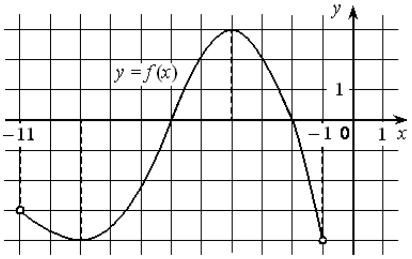

**Задание 29.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-11; -2)$. Найдите точку из отрезка $[-10; -4]$, в которой производная функции $f(x)$ равна 0.



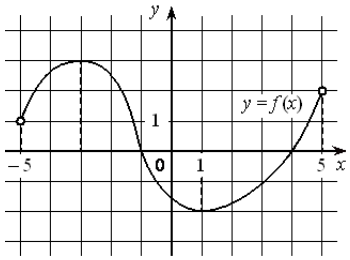

**Задание 30.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(1; 10)$. Найдите точку из отрезка $[2; 6]$, в которой производная функции $f(x)$ равна 0.



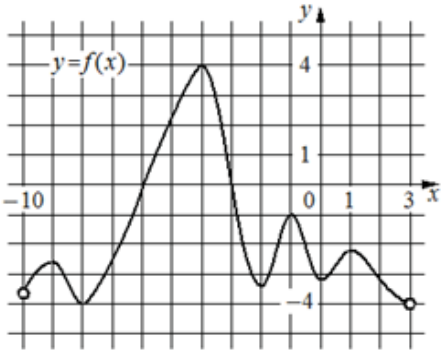

**Задание 31.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(2; 13)$. Найдите точку из отрезка $[7; 12]$, в которой производная функции $f(x)$ равна 0.



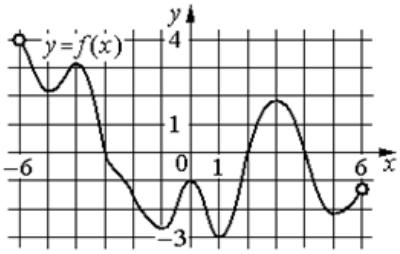

**Задание 32.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-11; -1)$. Найдите точку из отрезка $[-7; -2]$, в которой производная функции $f(x)$ равна 0.




**Задание 33.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 5)$. Найдите точку из отрезка $[-2; 4]$, в которой производная функции $f(x)$ равна 0.

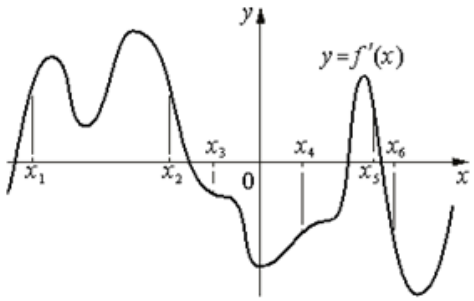



**Задание 34.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-10; 3)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-7; 2]$.

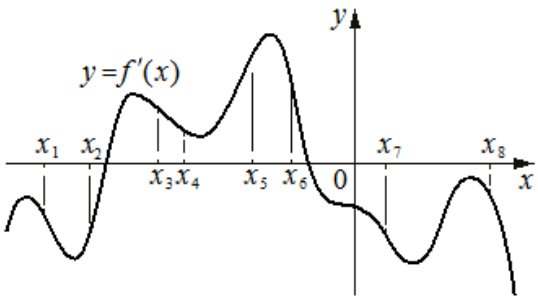



**Задание 35.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-6; 6)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-4{,}5;\ 2{,}5]$.

**Задание 36.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечены $n$ точек: $x = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$. Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции $f(x)$?

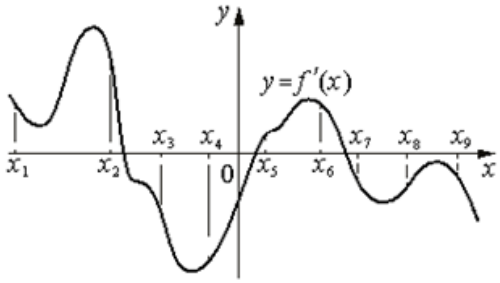


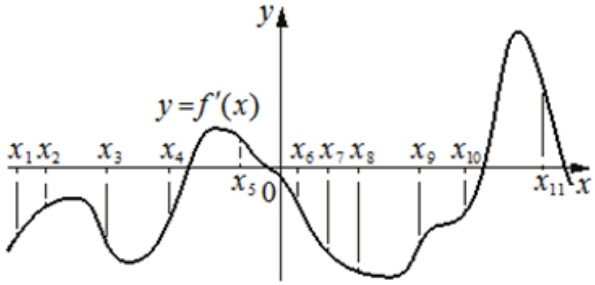

1)

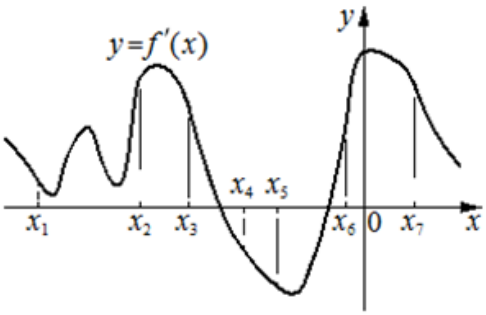


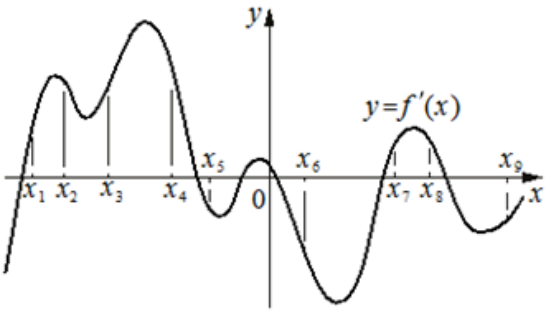

2)

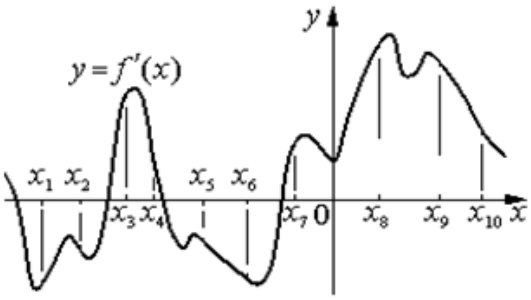
**Задание 37.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечены $n$ точек: $x = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$. Сколько из этих точек лежит на промежутках убывания функции $f(x)$?

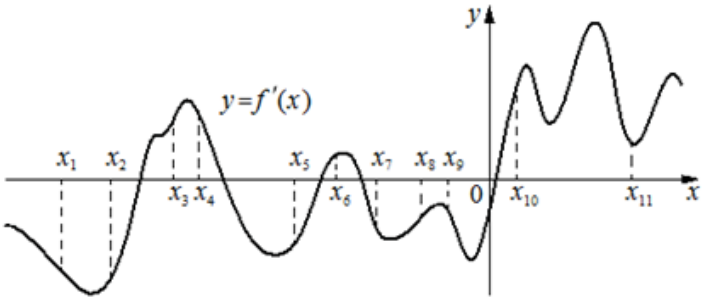
1)



4)


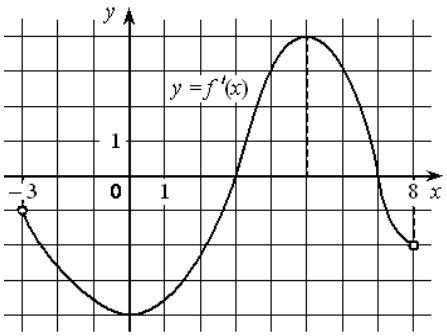

2)


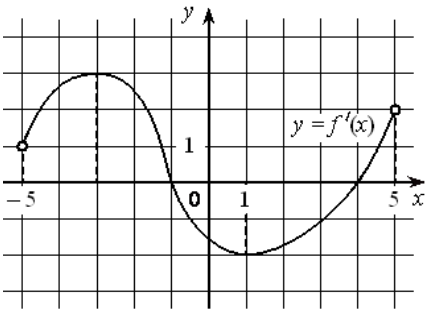

5)


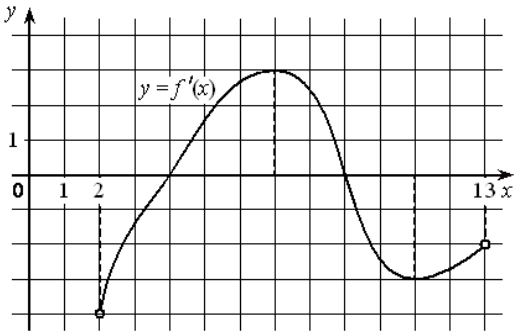

3)


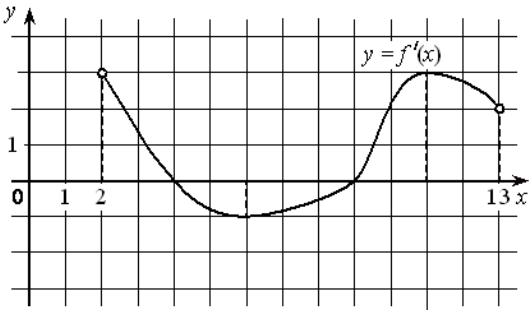

6)


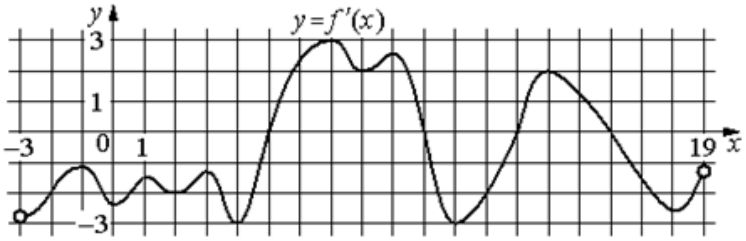

**Задание 38.** На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(a; b)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$.

1)


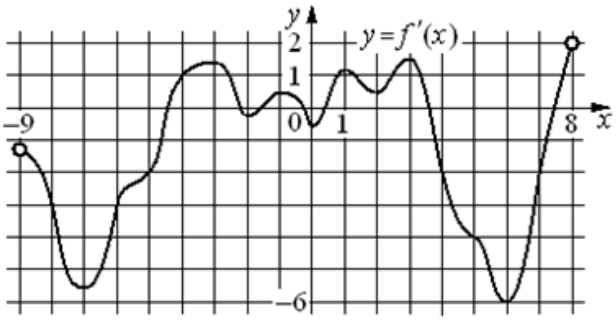

3)



2)


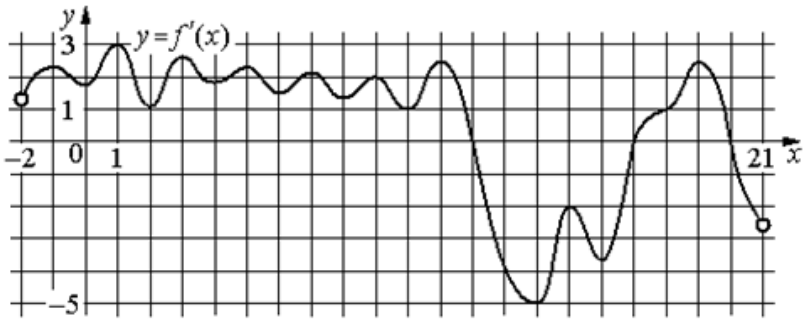

4)




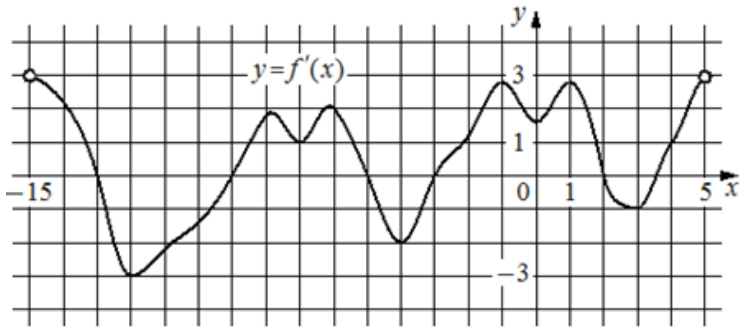

**Задание 39.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 19)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-2; 15]$.




**Задание 40.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 8)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-7; 5]$.



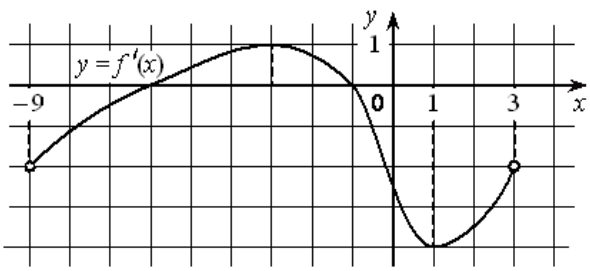

**Задание 41.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 21)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-1; 16]$.



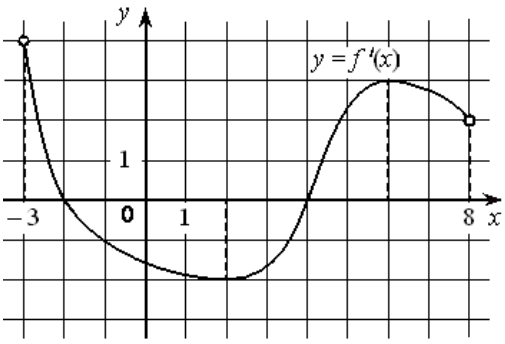

**Задание 42.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-15; 5)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-11; 4]$.

**Задание 43.** На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(a; b)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.

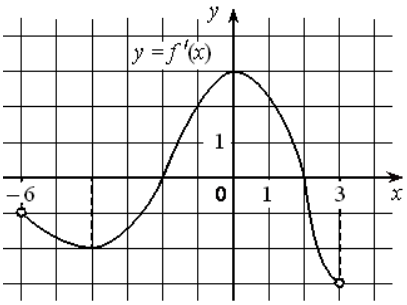
1)

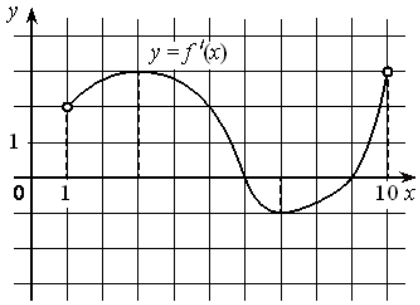


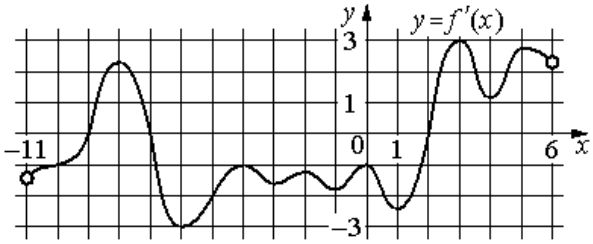

2)



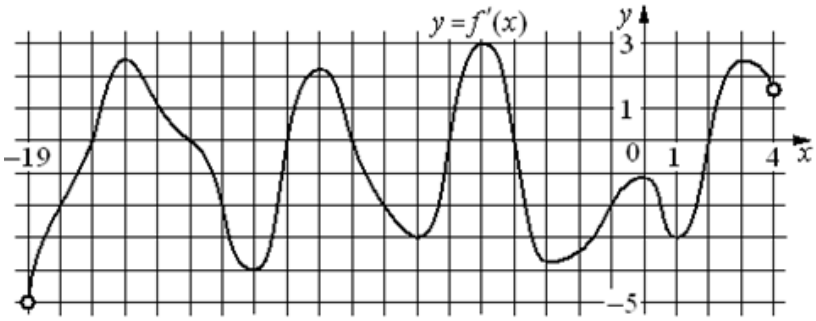
**Задание 44.** На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(a; b)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.

1) 

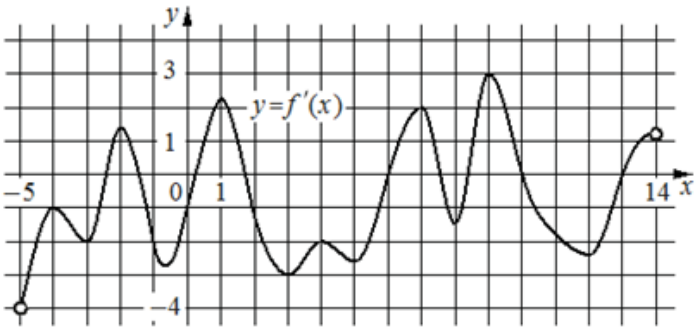

2) 

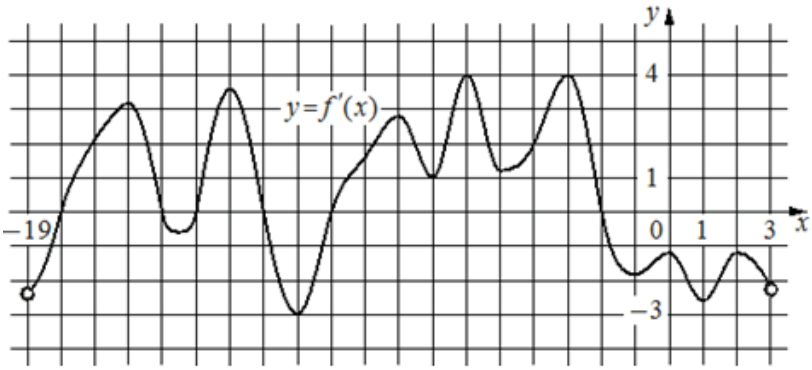

**Задание 45.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 4]$.



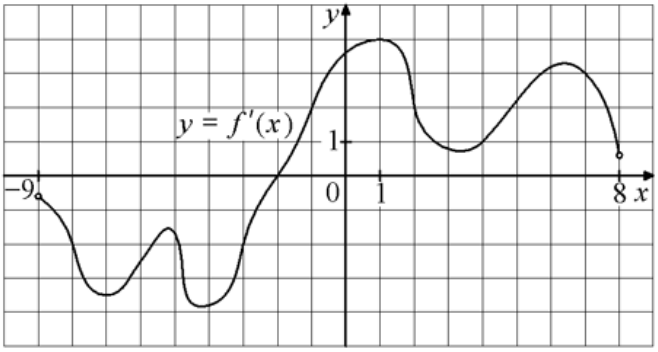

**Задание 46.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-19; 4)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-18; 3]$.



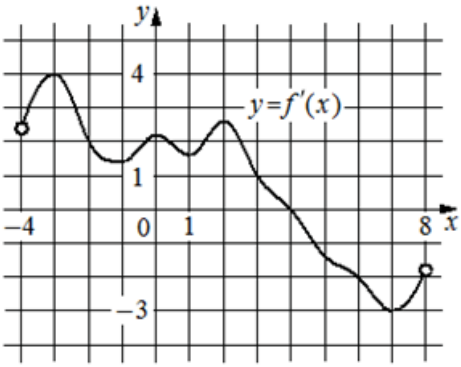

**Задание 47.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 14)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-4; 9]$.



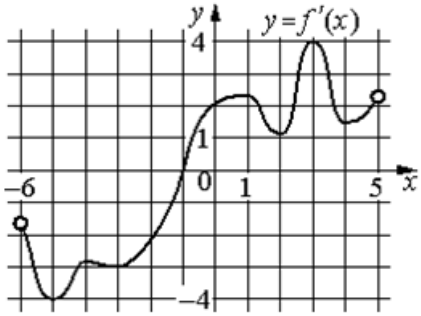

**Задание 48.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-19; 3)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-17; 2]$.



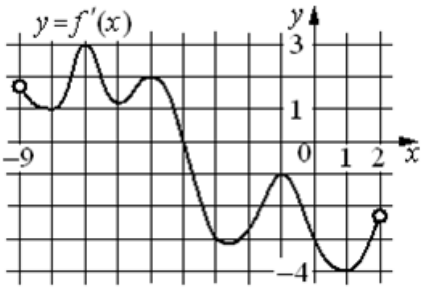

**Задание 49.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-3; 3]$.



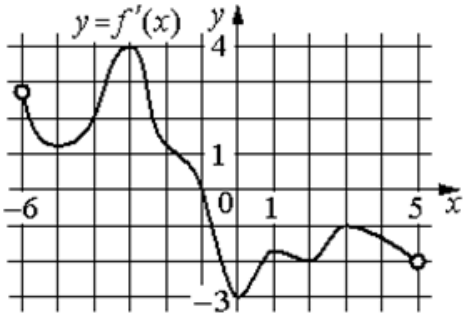

**Задание 50.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[1; 6]$.



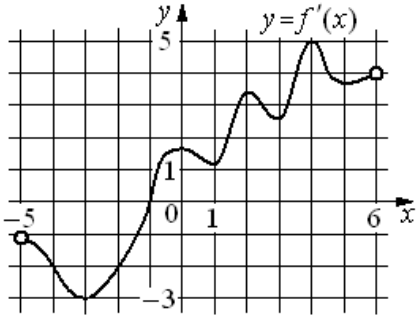

**Задание 51.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-5; -1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



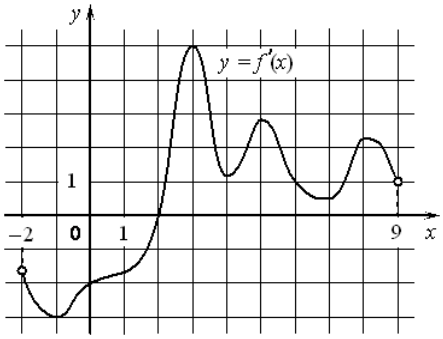

**Задание 52.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 2)$. В какой точке отрезка $[-8; -4]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



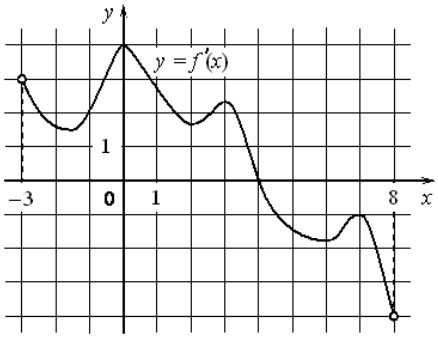

**Задание 53.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-3; 4]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



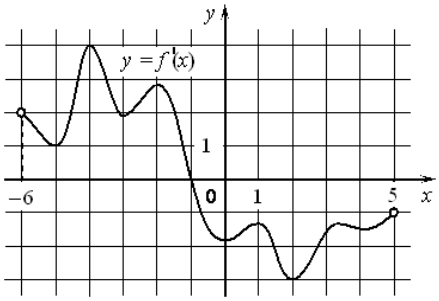

**Задание 54.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 6)$. В какой точке отрезка $[-1; 3]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



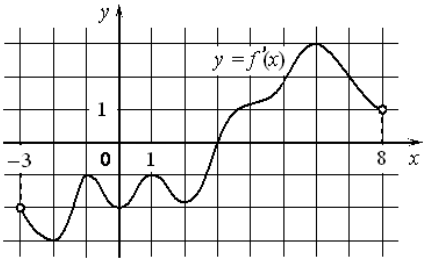

**Задание 55.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[2; 8]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



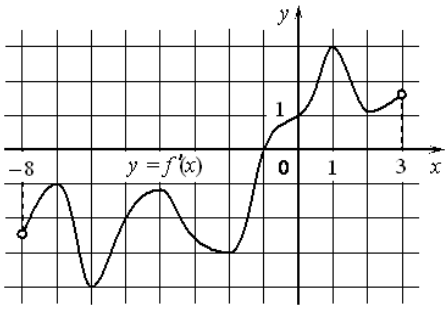

**Задание 56.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



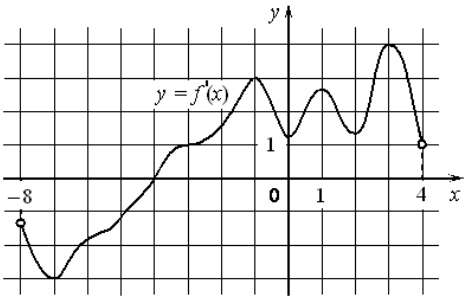

**Задание 57.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-5; -1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?




**Задание 58.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

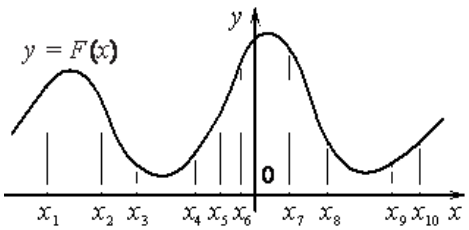



**Задание 59.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-6; -1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

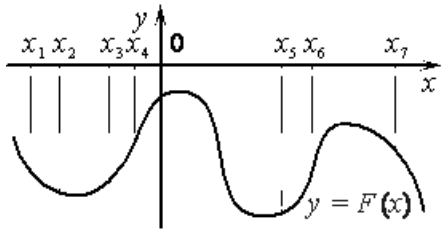



**Задание 60.** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

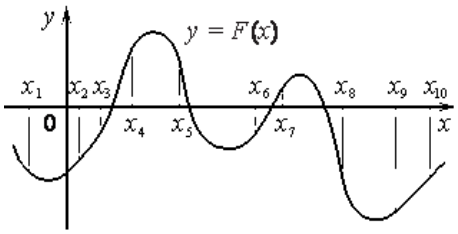
## IV) Первообразная



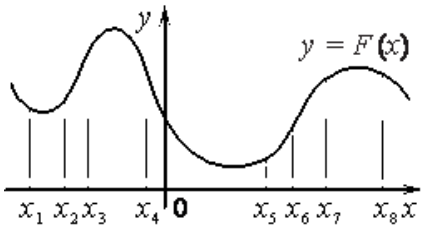

**Задание 61.** На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$ и отмечены $n$ точек на оси абсцисс: $x = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ положительна?



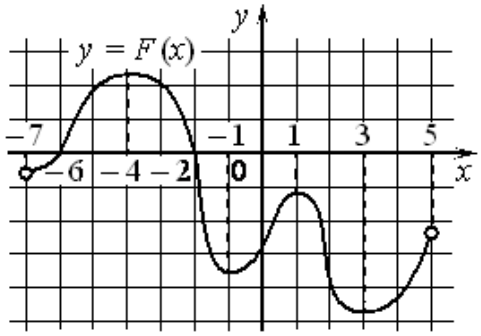

**Задание 62.** На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$ и отмечены $n$ точек на оси абсцисс: $x = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ положительна?



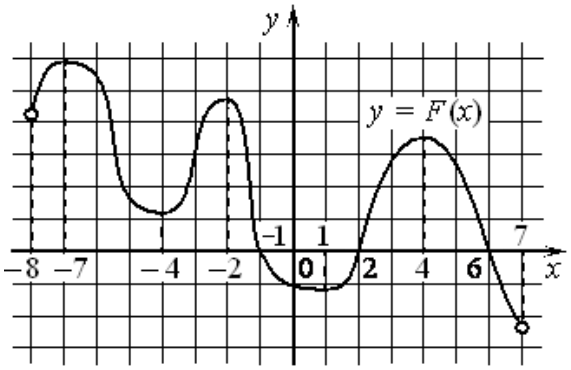

**Задание 63.** На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$ и отмечены $n$ точек на оси абсцисс: $x = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ отрицательна?



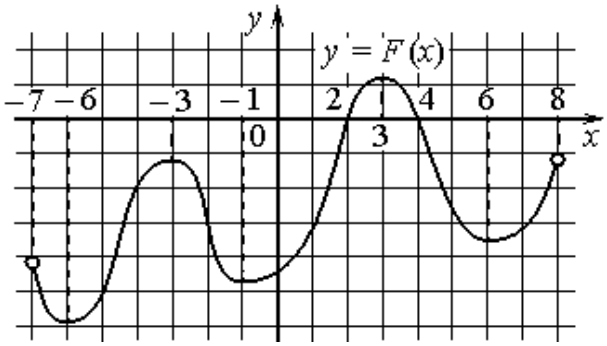

**Задание 64.** На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$ и отмечены $n$ точек на оси абсцисс: $x = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ отрицательна?



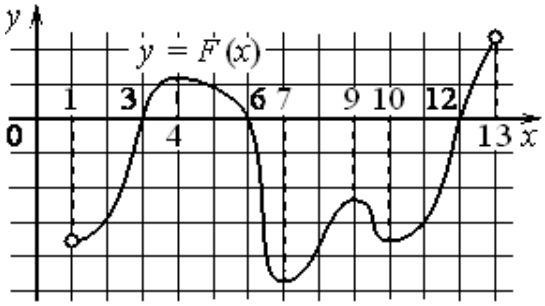

**Задание 65.** На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 5)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-5; 2]$.



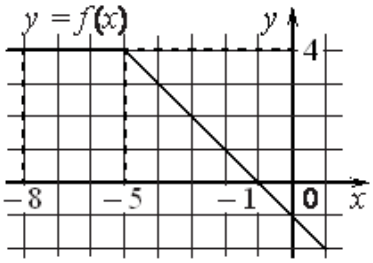

**Задание 66.** На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 7)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-5; 5]$.



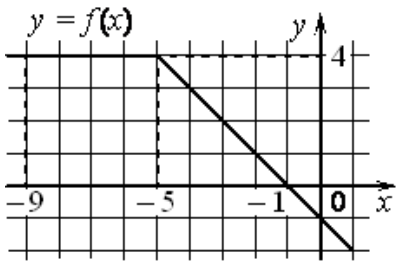

**Задание 67.** На рисунке изображён график $y=F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7;8)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $y=f(x)$ на отрезке $[0;5]$.




**Задание 68.** На рисунке изображён график $y=F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(1;13)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $y=f(x)$ на отрезке $[2;11]$.



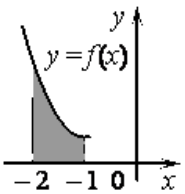

**Задание 69.** На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(-1)-F(-8)$, где $F(x)$ – одна из первообразных функции $f(x)$.

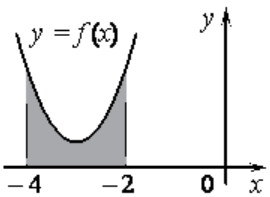



**Задание 70.** На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(-1)-F(-9)$, где $F(x)$ – одна из первообразных функции $f(x)$.

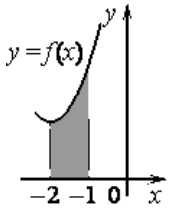
**Задание 71.** На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$. Функция $F(x)$ – одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры:

1) $F(x)=\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2+2x+6$



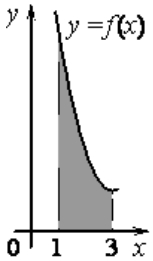

3) $F(x)=\frac{1}{2}x^3+3x^2+\frac{15}{2}x+\frac{7}{2}$

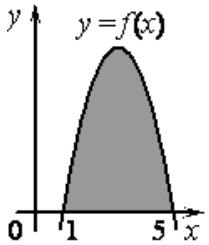



2) $F(x)=\frac{1}{2}x^3+\frac{9}{2}x^2+14x+8$

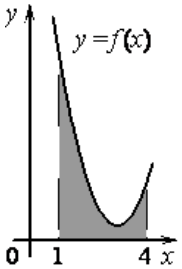
**Задание 72.** На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$. Функция $F(x)$ – одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры:

1) $F(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+15x-5$



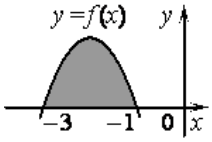



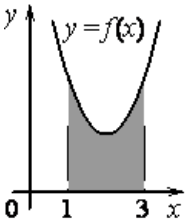

5) $F(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+14x-10$



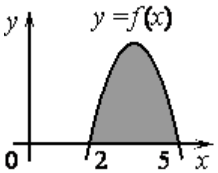

3) $F(x)=-\frac{1}{2}x^3+\frac{9}{2}x^2-\frac{15}{2}x-1$

2) $F(x)=-\frac{1}{2}x^3-3x^2-\frac{9}{2}x+3$




6) $F(x)=-\frac{1}{2}x^3+\frac{21}{4}x^2-15x-4$




4) $F(x)=\frac{1}{2}x^3-3x^2+\frac{15}{2}x-\frac{9}{2}$